fedr
EDUKACJA – DEMOKRACJA – ROZWÓJ
2014
FUNDACJA

INSPIRATOR

CZASOPISMO REFLEKSYJNEGO NAUCZYCIELA

ISSN 2450-8314 2018, NR 1(6) WWW.FEDR.PL

Konstruktywizm w edukacji matematycznej...
Agnieszka Nowak-Łojewska

Dojrzałość dzieci do uczenia się matematyki...
Michalnia Nazarenko

Monografia liczby...
Weronika Wurst

Rozwijanie myślenia logicznego u dzieci
Joanna Witkowska

Zadania tekstowe w edukacji wczesnoszkolnej
Iga Szeląg

Pixabay.com

Spis treści

2 *Wstęp*
Iwona Kopaczyńska

3 *Konstruktywizm w edukacji matematycznej młodszych uczniów*
Agnieszka Nowak-Łojewska

19 *Dojrzałość dzieci do uczenia się matematyki jako wyraz dbałości o przyszłe efekty*
Michalina Nazarenko

22 *Monografia liczy, czyli w jaki sposób wprowadzać pojęcia liczbowe i ich zapis*
Weronika Wurst

28 *Rozwijanie myślenia logicznego u dzieci*
Joanna Witkowska

33 *Zadania tekstowe w edukacji wczesnoszkolnej*
Iga Szeląg

37 *Mnożenie i dzielenie w edukacji wczesnoszkolnej*
Agata Filipkiewicz

40 *Początkowe nauczanie matematyki. Pierwsze doświadczenia z geometrią*
Aneta Lisowska

43 *Możesz liczyć na pomoc, czyli o środkach dydaktycznych w nauczaniu matematyki*
Justyna Borys

47 *Recenzja książki „Matematyczna pizza"*
Jagoda Referda

INSPIRATOR

czasopismo refleksyjnego nauczyciela

ISSN 2450-8314

ZESPÓŁ REDAKCYJNY:

Redaktor naczelna:
dr Agnieszka Olczak, a.olczak@fedr.pl

dr Katarzyna Gawlicz,
dr Iwona Kopaczyńska

SKŁAD I OPRACOWANIE GRAFICZNE:

Rafał Olczak
r.olczak@fedr.pl

WYDAWCA:

Fundacja Edukacja-Demokracja-Rozwój
www.fedr.pl
65-120 Zielona Góra, ul. Kokosowa 26/1
tel. +48 505 615 263
e-mail: info@fedr.pl

Wstęp

Oddajemy w Państwa ręce kolejny numer Inspiratora. Tym razem poruszamy w nim problematykę edukacji matematycznej dzieci rozpoczynających naukę w szkole. Od lat w polskim systemie edukacji podejmowane są różnorodne działania zmierzające do poprawiania efektywności matematycznej edukacji, a nadal wyniki polskich uczniów w badaniach rodzimych, jak i tych realizowanych w ramach Programu Międzynarodowej Oceny Uczniów – OESD/PISA nie są satysfakcjonujące[1]. Wiele pułapek, w jakie wpadają nauczyciele i uczniowie wiąże się ze schematyzacją myślenia i oczekiwaniem natychmiastowych rezultatów złożonych umiejętności matematycznych, już u najmłodszych uczniów. Tymczasem im młodsze dzieci, tym więcej potrzebują doświadczeń w reprezentacji działaniowej, aby zbudować dla swojego matematycznego myślenia fundament. Powstająca struktura wiedzy jest zawsze osobistą konstrukcją, która powstaje tylko w sytuacjach, manipulowania przedmiotami w przestrzeni, badania świata, odkrywania związków i zależności, przyczyn i skutków, wyciągania wniosków i dokonywania prób uogólnień. Każde dziecko musi zbudować swoją wiedzę na własny użytek przez własne doświadczenie. Bez zrozumienia i nadanych przez siebie znaczeń podstawowym pojęciom matematycznym nie uda się zbudować wiedzy matematycznej gotowej do zastosowania w sytuacjach codziennego działania, ani też przygotować do kolejnych etapów matematycznej edukacji. Uczenie się matematyki nie jest jedynie zapamiętywaniem schematu działania, ani prostą aplikacją algorytmicznych rozwiązań. Istotą pracy nauczyciela jest pomoc uczniom w przejściu od myślenia wspieranego operacjami konkretnymi do myślenia formalnego operującego symbolami.

W niniejszym numerze przedstawiamy Państwu tekst Agnieszki Nowak-Łojewskiej, który podejmuje kwestię zmiany w myśleniu o uczeniu się matematyki przez uczniów w wieku wczesnoszkolnym, wspieranym konstruktywizmem. Tekst wprowadza zagadnienia, które warte są przemyślenia. Autorki kolejnych tekstów sięgają do programowo istotnych treści edukacji matematycznej, jak dojrzałość do uczenia się matematyki, wprowadzanie pojęcia liczby, rozwijanie logicznego myślenia, rozwiązywanie zadań z treścią, stosowanie mnożenia i dzielenia w działaniach, stosowanie pojęć geometrycznych czy zastosowanie środków dydaktycznych w organizacji zajęć matematycznych. Polecam też Państwu recenzję autorstwa Jagody Referdy pewnej książki matematycznej, dzięki której możemy przekonać się, że otaczający nas świat pełen jest „matematycznych opowieści".

1 J. Białecki, J. Haman, Program Międzynarodowej Oceny Uczniów- OECD/PISA. Wyniki polskie-raport z badań , 2003, http://www.me.waw.pl/oswiata/istotny/pisa.htm.; M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach polskich trzecioklasistów, Wydanie II zmienione, Wyd. Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2008, A. Kalinowska Matematyczne zadania problemowe w klasach początkowych – między wiedzą osobistą a jej formalizacją, Impuls, Karków 2010.

DR IWONA KOPACZYŃSKA
REDAKTOR NUMERU

Konstruktywizm w edukacji matematycznej młodszych uczniów[1]

Agnieszka Nowak-Łojewska

Wprowadzenie

Matematyka nie jest ulubioną dziedziną nauczycieli wczesnej edukacji. W międzynarodowych badaniach polscy studenci pedagogiki wypadają słabiej niż ich koledzy i koleżanki z innych krajów. Osiągają znacznie niższe wyniki w zakresie wiedzy matematycznej oraz dydaktyki matematyki[2].

Z innych badań[3] wynika, że nauczyciele wczesnej edukacji mają problemy z uświadomieniem sobie, czym jest rozumienie pojęć matematycznych. Ich szkolne doświadczenia matematyczne są tak zdeformowane i negatywne, że rzucają cień na charakter wiedzy matematycznej swoich uczniów, a nawet prowadzą do upowszechniania opinii, że opanowanie schematu (określonej strategii liczenia, sposobu rozwiązania zadania, zastosowania wzoru) jest rozumieniem pojęcia. Tym sposobem wierzą, że opanowanie umiejętności rachunkowych zgodnie z podanym wcześniej algorytmem przyczyni się do zbudowania wiedzy matematycznej ich uczniów.

Dodatkowy problem stanowią ostatnie korekty programowe i metodyczne w obszarze edukacji matematycznej. Są one powierzchowne, a wręcz kosmetyczne. Zmienia się forma proponowanych rozwiązań (np. bardziej kolorowe podręczniki, ładniej wykonane karty pracy, trwalsze pomoce dydaktyczne), ale nie zmienia się ich koncepcja. Jak pisze A. Kalinowska „nadal w potocznym odbiorze uważa się, że wiedza matematyczna ma charakter jednoznacznie określony, niepoddający się większym zmianom, wolny od obciążeń ideologicznych. Wypracowane w szkole i oczekiwane, jako efekty uczniowskie znaczenia matematyczne, cechują się słabymi tendencjami do modyfikowania koncepcyjnego"[4]. Z analiz materiałów metodycznych wynika, że nauczanie matematyki na poziomie wczesnej edukacji (E. Gruszczyk-Kolczyńska, M. Dąbrowski, A. Kalinowska i inni) nie ma charakteru krytyczno-twórczego, lecz jedynie techniczny z wyraźnym naciskiem na wyćwiczanie uczniów w uzyskiwaniu u wszystkich jednakowego wzorca poprawności. Przykładem tego może być wyuczanie algorytmu rozwiązywania zadania tekstowego, powielanie przez uczniów strategii myślowych nauczyciela czy pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia. Jako ilustracją posłużę się ostatnim z przykładów.

Tabliczka mnożenia, współcześnie, jak i przed stu laty, przez wielu nauczycieli uznawana jest jako podstawowa wiedza wczesnoszkolnej matematyki niezbędna dla biegłości obliczeń. Dla wielu uczniów jest ona natomiast koszmarem spędzającym sen z powiek. Powodem jest transmisyjny przekaz wiedzy uwypuklający wyuczenie się na pamięć gotowych wyników rozumianych jako punkt wyjścia dla bardziej skomplikowanych procedur (np. mnożenia pisemnego, itd.).

Inną ilustracją marginalizowania myślenia matematycznego i koncentracji na zagadnieniach odległych od zainteresowań młodszych uczniów jest nieadekwatność kulturowa propozycji zadaniowych i nie uwzględnianie dziecięcego doświadczenia. Jak zauważa M. Dąbrowski „w ciągu (...) lat pojawiły się komputery, telefony komórkowe, telewizja satelitarna, Internet, aparaty cyfrowe, smartfony, tablety. Dzieci z nimi obcują na co dzień, ich poziom wiedzy nieformalnej jest nieporównywalnie wyższy niż 20 lat temu. Ale w szkole od absolwenta klasy trzeciej oczekuje się dziś mniej więcej tyle samo, co dwadzieścia lat temu od dziecka kończącego klasę pierwszą. W ciągu ostatniego dwudziestolecia, przy każdej kolejnej reformie czy nowelizacji podstawy

1 Artykuł w rozszerzonej wersji opublikowany został w opracowaniu: *Wybrane obszary edukacji matematycznej dzieci. Poradnik dla nauczyciela klas I - III,* Warszawa 2016, Wyd. ORE.

2 M. Czajkowska, Umiejętności matematyczne przyszłych polskich nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w świetle wyników badania TEDS, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2012, nr 1 (16), s. 67.

3 M. Dąbrowski, E. Wiatrak, Nauczyciele nauczania początkowego w świetle ankiet, [w:] Trzecioklasista i jego nauczyciel. Raport z badań ilościowych 2008, red. M. Dąbrowski, Warszawa 2009, Centralna Komisja Egzaminacyjna, s. 159 i następne.

4 A. Kalinowska, Poznawczy i kulturowy wymiar dezintegracji wczesnoszkolnych pojęć matematycznych, [w:] (Anty)edukacja wczesnoszkolna, red. D. Klus-Stańska, Kraków 2014, Oficyna Wydawnicza „Impuls", s. 373.

programowej z nauczania początkowego stopniowo były usuwane kolejne zagadnienia matematyczne"[5]. Problem stanowią więc ciągle zaniżane wymagania wobec młodszych uczniów (tłumaczone mało sensownym argumentem tzw. obniżenie progu szkolnego do 6 r.ż.), a dalej zubożanie tematyki matematycznej przez ciągłe ograniczanie zakresu pojęć i czasu na ich realizację. Realizacji edukacji matematycznej nie sprzyja również jej tzw. zintegrowanie, gdy w miejsce poznawczo przekonującej aktywności matematycznej proponuje się dzieciom sztucznie tworzone międzyprzedmiotowe zlepki tematyczne, rachunki „ubrane" w kolejne wersje środowiskowych asocjacji[6], w których matematykę upatruje się w przeliczaniu bałwanków zimą, liczeniu kwiatków na rabatce wiosną i porządkowaniu liści przy temacie Polska jesień.

Odzwierciedleniem zaniedbanego i zdeformowanego podejścia do edukacji matematycznej młodszych uczniów są dostępne międzynarodowe badania TIMSS[7]. Wynika z nich, że młodsi uczniowie z Polski, na tle ich zagranicznych rówieśników są najsłabsi w Europie. Zajmują ostatnie miejsce wśród krajów Europy, na 34 wśród 50 krajów uczestniczących w badaniu. Najsłabiej polscy uczniowie wypadli w geometrii, niewiele lepiej w arytmetyce. Zadania dotyczyły odczytywania, gromadzenia i analizowania danych (wykresy słupkowe, kołowe), zatem obejmowały tematykę, która niezbyt często jest obecna w klasach I-III, za to jest często obecna w mediach (ale do nich rzadko są odwołania na lekcjach w klasach początkowych). Zdecydowanie lepiej trzecioklasiści wypadli w zadaniach nietypowych, które były realistyczne i odwoływały się do codzienności, niekiedy otwarte, odnoszące się do ich wiedzy pozaszkolnej. Jak pisze M. Dąbrowski możemy zatem przyjąć, że „mamy uczniów o dużym potencjale oraz mało efektywnie działającą szkołę"[8]. Spojrzenie takie daje wiele do myślenia i skłania do refleksji nad potrzebą modyfikacji szkolnej edukacji matematycznej dzieci.

Oznacza to, że nauczanie matematyki w wersji transmisyjno-podającej – wyraźnie dominującej w polskiej szkole jest naznaczone problemem dezintegracji wiedzy. W wymiarze poznawczym „dziecko nie uczy się wówczas konstruowania w umyśle systemu znaczeń (tu: matematycznych), szukania czytelnych dla siebie powiązań między pojęciami czy tworzenia warsztatu badawczego, pozwalającego odkrywać relacje między liczbami jako reguły matematyczne. Budowane znaczenia mają charakter jednostkowych i niepowiązanych ze sobą schematów postępowania (w rodzaju mechanicznie stosowanych trików)[9]. W konsekwencji prowadzi to do problemów z matematyką w starszych klasach i do ogólnej niechęci do przedmiotów z tego obszaru.

Oznacza to, że w edukacji matematycznej dzieci konieczne są zmiany, tak w obszarze aktywności uczniów, jak przygotowania nauczyciel do pracy na tym poziomie kształcenia. Wiąże się to ze zmianą w myśleniu o edukacji matematycznej i jej ujmowania w kategoriach procesu, czyli konstruowania matematycznych pojęć wyrastającego z indywidualnego badania problemów. Uczenie się polega wówczas na poszukiwaniu znaczeń i rozpoczyna się od rozwiązywania problemów. Zamiast podawania gotowej wiedzy przez nauczyciela uczeń staje wobec problemu. Poszukuje jego rozwiązania, korzysta przy tym z osobistego doświadczenia, stawia hipotezy i je weryfikuje, pomnaża swoją wiedzę i zdobywa strategie intelektualne radzenia sobie z problemami. Postępuje za tym uczenie się oparte na rozumieniu pojęć, a precyzja ich stosowania nie jest efektem przyswojenia gotowych definicji, ale wynika z czytelnego dla ucznia kontekstu ich poznawania oraz użyteczności zastosowania. Jest to zgodne z założeniami konstruktywistycznej teorii uczenia się, w świetle której uczeń to aktywna jednostka, której myślenie jest uwarunkowane umiejętnością interpretowania i negocjowania znaczeń, nauczyciel zaś występuje w roli inspiratora aktywności uczniów i osoby aranżującej warunki do uczenia się.

W dalszej części tekstu przybliżę konstruktywistyczną teorię uczenia się i jej odniesienia do edukacji matematycznej.

Konstruktywistyczne podstawy edukacji matematycznej dzieci

Osadzenie edukacji matematycznej w konstruktywizmie prowadzi do zmian wyrażonych w uczeniu się przez rozumienie pojęć, konstruowanie sytuacji problemowych i formułowanie zadań o charakterze otwartym, przez które prowokowana jest aktywność uczniów. Rozwiązania te, wywodzące się między innymi od J. Piageta[10] stoją na stanowisku, że w każdym momencie swojego życia dziecko posiada struktury poznawcze, które wykorzystuje dla interpretowania nowych doświadczeń i ich modyfikowania. W efekcie każde dziecko raczej konstruuje swoją wiedzę,

5 M. Dąbrowski, O matematycznych wynikach polskich trzecioklasistów w badaniach TIMSS, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2013, nr 4(23), s. 36.

6 A. Kalinowska, Poznawczy i kulturowy wymiar…., op. cit., s. 378.

7 M. Dąbrowski, O matematycznych wynikach…, op. cit.

8 Ibidem, s. 36.

9 A. Kalinowska, Poznawczy i kulturowy wymiar…., op. cit., s. 374.

10 C. Kamii, Young children reinvent arithmetic, 2nd ed., Teacher College Press, New York 2000.

niż ją po prostu zapamiętuje. Najlepszym dla dziecka i jego aktywnego uczestnictwa w procesie zdobywania wiedzy jest więc, aby było twórcze, krytyczne, poszukujące i miało udział w budowaniu swojej matematyki.

Ogólne założenia konstruktywizmu psychologicznego

Proces uczenia się (zgodnie z przyjętą w tekście opcją interpretacyjną) to proces konstruowania wiedzy przez jednostkę. Towarzyszą mu zmiany w strategiach pracy nauczyciela i strategiach uczenia się dziecka. Syntetyczne ich ujęcia zawiera tabela 1. Zaprezentowane są w niej czynniki sprzyjające konstruowaniu wiedzy związane, tak z osobą ucznia, jak i nauczyciela. Wymienione atrybuty są ze sobą wzajemnie powiązane, gdyż zmianie w postrzeganiu ucznia towarzyszy zmiana sposobów pracy nauczyciela, tak jak zmianie oczekiwań uczniowskich wobec edukacji towarzyszy zmiana w zachowaniu nauczyciela.

Tabela 1. Warunki konstruowania wiedzy w szkole

Atrybuty związane z osobą nauczyciela	Atrybuty związane z osobą ucznia
Organizacja warunków uczenia	Podejmowanie aktywności poznawczej
Wykorzystanie epizodów wspólnego zaangażowania	Uwzględnianie kontekstu biograficznego aktywności
Refleksja w działaniu i nad działaniem	Prowokowanie refleksji interpretacyjnej, krytycznej, projektującej

Źródło: opracowanie własne.

Podstawowym atrybutem związanym z osobą nauczyciela jest zmiana jego roli z tzw. przewodnika i przekaźnika wiedzy na facylitatora stymulującego działania dziecka w kierunku samodzielności i poznawczej zaradności. Nauczyciel występuje wówczas w roli organizatora warunków uczenia się. Koncentruje się na stwarzaniu sytuacji edukacyjnych, które są wyzwaniem dla ucznia. Są one ciekawe i prowokują do myślenia. Najlepiej, jak odwołują się do sytuacji realistycznych i bazują na doświadczeniu i wiedzy dziecka, bo te ułatwiają im rozumienie badanych zjawisk i analizowanych zadań, ułatwiają zrozumienie tego, co robią i w jaki sposób oraz uzasadnianiu, dlaczego tak postępują.

Niezmiernie ważne jest, aby w tworzeniu sytuacji sprzyjających konstruowaniu wiedzy przez dzieci, nauczyciel kierował się dziecięcym potencjałem. Jego odzwierciedleniem jest instynkt ciekawości[11] i dziecięce prawo do zainteresowania[12]. Ujawniają się one w dziecięcych pytaniach o rzeczy, zjawiska, o procesy zachodzące w świecie przyrody, o przyczyny i skutki tych procesów. Ujawniają się w dziecięcych potrzebach eksplorowania, świeżości wiedzy, badania, odkrywania. Są napędem do działania, zdobywania informacji. Aktywny nauczyciel będzie rozpoznawał te warunki, aby wykorzystywać je do stworzenia dzieciom sytuacji do uczenia się. Nie będzie ich szukał w swoich zasobach, lecz inspiracją dla niego będą dzieci i ich potencjał pytań, poszukiwań, stawianych problemów. W tym też kontekście J. Piaget pisał o konieczności stwarzania dziecku okazji do uczenia się i zastępowania metod podających eksperymentowaniem, badaniem, poszukiwaniem, praktycznym działaniem. Zadaniem nauczyciela jest wówczas rozpoznanie tego, co zaciekawia dzieci, zaburza ich równowagę poznawczą i wykorzystywanie tego w procesie uczenia się.

We wszystkich tych sytuacjach wymagana jest natomiast wiedza i to nie tylko o dziecku i prawidłowościach kształcenia, czy różnorodnych rozwiązaniach metodycznych, lecz również tzw. wiedza taktyczna — wiedza dziejąca się w sytuacjach społecznych, którą nauczyciel jest zmuszony wytworzyć adekwatnie do zaistniałych okoliczności.

Właściwy przebieg tych sytuacji wiąże się ze stosowaniem przez nauczycieli różnych metod i form pracy, niekiedy gier i zabaw, elementów dramy, aktywizujących form pracy w grupach. Ich właściwy przebieg to również korzystanie z bogatego materiału konkretnego, różnych pomocy i środków dydaktycznych sprzyjających korzystaniu przez uczniów z różnych reprezentacji wiedzy: enaktywnej, ikonicznej i symbolicznej. Jak zauważa J. Bruner „rozwój polega nie na serii odrębnych etapów, lecz na opanowywaniu owych trzech form reprezentacji wraz z częściowym przekładem każdej z nich na pozostałe"[13]. Uczenie się rozumiane jako przechodzenie na wyższy poziom rozwoju wymaga konstruowania reprezentacji.

Opisany atrybut konstruowania wiedzy koresponduje z aktywnością ucznia. Jest ona poznawcza, gdy akt uczenia się „nie jest prostym odświeżaniem, przypominaniem czy reaktywowaniem informacji, ale ma postać ciągłego tworzenia nowych konstrukcji z napływających informacji"[14]. Oznacza to, iż zmiana jest rozwojowa, a aktywność dziecka staje się poznawcza, gdy ma wymiar konstrukcyjny, a zamiast biernego postrzegania faktów i zjawisk ma miejsce czynne w nie wnikanie; zamiast mechanicznego przyswajania

11 J. Bruner, Proces kształcenia, Warszawa 1965, PWN.

12 J. Piaget, Science of education and the psychology of the child, New York 1970, Viking Press, s 151.

13 J. Bruner, Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978, PWN, s. 532.

14 U. Neisser, Cognitive psychology, Appelton Century Crofts, New York 1967, s. 285-286.

wiadomości intensywne ich analizowanie i ujmowanie z różnych perspektyw. A zatem dziecko najwięcej uczy się, rozumie i zapamiętuje, gdy bada rzeczywistość, zarządza własnym działaniem, jest „ja" myślącym, które odkrywa świat i zdobywa wiedzę jako osobistą konstrukcję. Towarzyszą temu procesy:

a) mentalizacji – zrozumienie problemu i świadome przemyślane znalezienie najlepszego rozwiązania,
b) konkretyzacji – polegającej na wyborze rozwiązania, które w danej chwili jest najbardziej efektywne,
c) socjalizacji, która ma na celu podporządkowanie rozwiązania wymogom społecznym.

Wymienione procesy sprawiają, że osoba ucząca się aktywnie uczestniczy w procesie zdobywania wiedzy, poszukuje własnych strategii intelektualnych rozwiązania problemu, jest samodzielna, decyzyjna, zaangażowana w uczenie się i rozumie to, co robi.

Kolejnym warunkiem konstruowania wiedzy w szkole jest chęć zrozumienia punktu widzenia dziecka, czyli wykorzystywanie epizodów wspólnego zaangażowania[15]. Nauczyciel interesuje się wówczas stanowiskiem dziecka wobec zadania, jego spojrzeniem na problem, jego sposobem ujmowania rzeczywistości, jego opinią na dany temat oraz jego ważeniem problemu. Idea nauczyciela, od którego wszystko zależy traci rację bytu, a jeżeli jeszcze się pojawia, to raczej w śladowej postaci na przykład na zakończenie rozważań, ich podsumowanie, nigdy zaś jako zasadniczy motyw lekcji, jej przebiegu i sposobu organizowania. Uzupełniana jest ona natomiast uwzględnianiem kontekstowości biograficznej dziecka[16]. Oznacza ona rozpoznawanie i uwzględnianie wiedzy uprzedniej dziecka (tej zdobytej w przeszłości) i akceptowanie jego aktualnych celów, dążeń oraz intuicji. Jest to istotne, gdyż biografia poznawcza każdej jednostki jest odmienna, a warunki je powstawania rzutują na efektywność procesu uczenia się. Z kontekstowości biograficznej wynika bowiem, że:

a) w tych samych warunkach dopływu informacji różni uczniowie mogą skonstruować w umyśle różne struktury wiedzy,
b) te same elementy wiedzy opracowane i zapisane w różnych warunkach (np. przekaz nauczyciela versus rozwiązywanie problemu przez uczniów) może zostać zapisane na różne sposoby. Przy metodach podających jako wiedza statyczna, pamięciowa, a przy metodach problemowych jako wiedza dynamiczna, wywiedziona ze zrozumienia.

Kolejnym warunkiem konstruowania wiedzy jest refleksja (zarówno nauczyciela, jak i uczniów), która prowadzi do odpowiedzialnego i zaangażowanego procesu uczenia się. Jest ona rodzajem myślenia, ustawicznym namysłem, rozważaniem czegoś, dociekaniem, rodzajem teoretycznego rozumowania. Pomaga w oglądzie własnej pracy i podejmowaniu inicjatywy. Wyraża się na wiele sposobów:

c) w wielości interpretacji – uwzględnianiu wielu argumentów i alternatyw,
d) krytycznym osądzie – zdolności przewidywania i analizowania konsekwencji,
e) działaniach projektujących – uruchamianiu badania, poszukiwania, konstruowania rozwiązań.

W uczeniu się ma to wyraz w preferowaniu sytuacji problemowych, które podnoszą aktywność myślową uczniów i stymulują ich do wypracowywania własnych strategii rozwiązywania zadań oraz w łapaniu tzw. okazji do uczenia się, których bogactwo dostarcza otaczająca rzeczywistość, potrzeby dzieci i oczekiwania społeczne. Okazji do liczenia, czytania i pisania oraz szukania odpowiedzi na intrygujące uczniów pytania jest więc wiele. Refleksyjny nauczyciel będzie potrafił je dostrzegać, słuchając pytań i uczniowskich wątpliwości, które są najlepszą okazją do formułowania zadań problemowych i ich aktywnego rozwiązywania.

Aktywne uczenie się matematyki

Konstruktywistyczne podejście do rozwijania pojęć matematycznych prowokuje aktywne uczenie się matematyki. Wskazuje na to wiele aspektów, które są jednocześnie konstytutywnymi cechami tego podejścia:

- odwoływanie się do sytuacji realistycznych dla dzieci (gra w piłkę, porządkowanie zabawek, rozdawanie cukierków, poruszanie się po schodach, układanie mozaiki) i bazowanie na ich doświadczeniach i osobistej wiedzy, co ułatwi im rozumienie badanych zjawisk i analizowanie zadań, rozumienie tego, co, jak i dlaczego wykonują w określony sposób;
- pozostawienie dziecku swobody w wyborze stosowanej metody postępowania, „atakowanie"

15 H.R. Schaffer, Epizody wspólnego zaangażowania jako kontekst rozwoju poznawczego, [w:] Dziecko w świecie ludzi i przedmiotów, red. A. Brzezińska, G. Lutomski, Poznań 1994.

16 D. Klus-Stańska, Wiedza i sposoby jej nabywania, [w:] Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania, red. D. Klus-Stańska, M. Szczepska-Pustkowska, Warszawa 2009, Wydawnictwo Akademickie i Profesjonalne, s. 480.

pojęć na takim poziomie abstrakcji, jaki jest w danym momencie dostępny dziecku, przy zachowaniu możliwości sięgania po konkret i manipulowania nim; traktowanie wszystkich metod jako równoprawnych, różniących się co najwyżej szybkością otrzymywania wyniku;

- stawianie na większe zaangażowanie dziecka (np. w szukanie metody), jego aktywność własną: działania podejmowanie osobiście, z własnej inicjatywy, samodzielnie i z dużym zrozumieniem, tego, co robią, co powoduje minimalizowanie niepowodzeń szkolnych i lęków przed uczeniem się matematyki;
- zaczynanie od działania dziecka i towarzyszącej temu wymiany uwag i pomysłów, korzystania z języka potocznego, który dopiero później, np. przy okazji rozwiązywania zadań uzupełniany jest językiem symboli; daje to naturalny układ, w którym uczeń najpierw poznaje sens danego symbolu, a dopiero potem odczuwa potrzebę jego wprowadzenia i posługiwania się nim;
- wykorzystywanie znajomości kontekstu zadania, co ułatwia zrozumienie tego, co jest w zadaniu dane, jak i czego dotyczy postawione w nim pytanie. W efekcie przyczynia się to do rozwijania umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych i czytania ze zrozumieniem;
- stosowanie rozmaitych gier i zabaw, które dostarczają uczniom okazji do ćwiczeń utrwalających, jak również motywują uczniów do działania, gdyż ich charakter podnosi atrakcyjność działań o charakterze matematycznym. Dodatkowo towarzyszy im rozwijanie umiejętności komunikowania się i współpracy, przestrzegania reguł i negocjowania, jak również tworzenia nowych problemów i realistycznych zadań tekstowych czy nawet klasycznych słupków ulokowanych w kontekście hipotetycznej rozgrywki[17]. Bardzo ciekawym rozwiązaniem w tym zakresie jest pomoc edukacyjna znana pod tytułem „gramy w piktogramy"[18]. Przykładowa karta pracy o charakterze problemowym zamieszczona jest obok.

Karta pracy z „Gramy w piktogramy"

Przed Tobą majowa kartka z kalendarza.

MAJ						
Pn	Wt	Śr	Cz	Pt	So	N
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

1. Zaplanuj cały miesiąc tak, żebyś codziennie miał inne zajęcia (od poniedziałku do piątku), pamiętając, że chór i język angielski przedzielają zajęcia sportowe. Zaprojektuj swoje piktogramy do oznaczenia zajęć.

Szachy / piłka nożna

Język angielski

Chór

Pływanie

2. Czy wszystkich zajęć będzie tyle samo? Wyjaśnij, dlaczego?

3. Wymyśl inne zajęcia i zaplanuj je na cały miesiąc.

Dni świąteczne:
1 maja – Święto Pracy
3 maja – Święto Narodowe Trzeciego Maja.

Rezultatem takiej zmiany w podejściu do uczenia się matematyki staje się zupełnie inny typ wiedzy niż ta, którą opisuje się jako wyspecjalizowaną odtwórczo czy wystandaryzowaną. Wiedzę taką można traktować, jako rodzaj wiedzy osobiście zdobytej, przeżytej, wywiedzionej z osobistego doświadczenia i działania. Nie jest efektem powielania, tego, co już zostało odkryte i co już wiadomo, ale tego, co wywiedzione z dociekania, ważenia problemu, nieustannego analizowania i modyfikowania dotychczasowych struktur poznawczych, tworzenia nowych wartości poznawczych. Jest krytycznym kwestionowaniem własnej wiedzy, co zapewnia jej świeżość i adekwatność wobec wymagań czasów i oczekiwań społecznych. Dzieje się tak, gdyż pokaźna wiedza nieformalna dziecka, duży bagaż doświadczeń zdo-

17 M. Dąbrowski, O rozwijaniu umiejętności matematycznych w nauczaniu zintegrowanym, [w:] Kształcenie zintegrowane. Problemy teorii i praktyki, red. M. Żytko, Warszawa 2002, Wydawnictwo Akademickie „Żak", s. 57.

18 Pomoce dydaktyczne „Gramy w Piktogramy", opracowane przez naukowców z Uniwersytetu Warszawskiego, w ramach współfinansowanego przez Unię Europejską projektu PIKTOGRAFIA, http://projekt-piktografia.pl/

bywanych podczas kontaktów z rówieśnikami, jak i z obcowania z dorosłymi, podczas zabawy i codziennych czynności jest naturalnym oparciem dla procesu uczenia się w szkole i stanowi jego punkt wyjścia przy poznawaniu przez dziecko nowego pojęcia i rozwijaniu nowych umiejętności. Wszystkie te naturalne sytuacje, bliskie dziecku (zabawa w sklep, projektowanie toru wyścigowego, konstruowanie budowli z figur geometrycznych budowli) są okazją do dzielenia się pomysłami, do rozmawiania i wspólnego, zaangażowanego uczenia się.

Proces naturalnego kształtowania pojęć matematycznych (od doświadczeń osobistych do zrozumienia) sprzyja zdobywaniu przez uczniów wiedzy proceduralnej, tj. zdobywanej w toku działania, narastającej od środka, ulegającej rozwojowi w toku aktywności jednostki, na bieżąco weryfikowanej i aktualizowanej, odpowiednio do wzrostu doświadczeń w danej dziedzinie. Powszechne przekonanie, że nauczyciel ucznia musi najpierw czegoś nauczyć, coś mu przekazać, żeby ten rozumiał i coś wiedział, traci tu sens. Znaczenia nabiera natomiast moment stwarzania okazji do wykorzystywania nieformalnej wiedzy dzieci i jej wzbogacania o nowe doświadczenia, które zintegrowane z dotychczasową wiedzą staną się podstawą do uczenia się ze zrozumieniem. Oznacza to, że dziecko nauczy się znacznie więcej i chętniej, gdy okazje do uczenia się matematyki będą dla niego interesujące, znajdą odzwierciedlenie w rzeczywistości i sprowokują spontaniczną aktywność i badawczą ciekawość. Jak piszą D. Klus-Stańska i A. Kalinowska „aby wiedza matematyczna ucznia oznaczała matematyczne myślenie i rozumienie, a nie zbiór bezrefleksyjnie kolekcjonowanych ciągów czynności, uczeń musi rozpocząć od twórczych strategii osobistych zanim pozna formalne procedury działań"[19]. Twórczość matematyczna nie jest zatem dodatkiem, ale warunkiem osiągania odpowiednich efektów. Przykładem tego są zróżnicowane pod względem konstrukcyjnym zadania matematyczne o zróżnicowanej wartości poznawczej. Liczenie słupków matematycznych będzie więc jedynie trenowaniem gotowych przepisów na wykonanie zadania i usilnych prób zapamiętania wyznaczonych czynności (algorytmu rozwiązania), podczas, gdy zajmowanie się poszukiwaniem rozwiązań dla zagadek matematycznych przełoży się na stymulowanie zaawansowanych kompetencji i samodzielność myślową wspartą zrozumieniem.

Zamiast rozwiązywania infantylnych zadań tekstowych, w których matematyka ubrana jest w kolejne wersje środowiskowych asocjacji (zadania o jabłkach i śliwkach przy temacie Jesienne zbiory, czy o bałwankach przy temacie Zima, czy o wiosennych kwiatkach przy temacie Zwiastuny wiosny) pojawi się rozwiązywanie zadań problemowych o zabawnych fabułach i zróżnicowanej strukturze. W uczeniu się matematyki ma to wyraz w preferowaniu sytuacji problemowych, które podnoszą aktywność myślową dzieci i stymulują je do wypracowywania własnych strategii rozwiązania zadania, którym towarzyszy kontrola poznawcza i zrozumienie własnych działań. Zdaniem M. Dąbrowskiego każdy problem w matematyce to „zadanie, którego metody rozwiązania nie znamy, ale dysponujemy wiedzą wystarczającą do tego, aby metodę tę samodzielnie zbudować. Rozwiązując problem mamy okazję coś odkryć, zauważyć coś dla siebie nowego – wyjść poza dostarczone informacje. W efekcie problem to zadanie na rzeczywiste zastosowanie posiadanej wiedzy i sprawdzenie poziomu jej użyteczności"[20]. Najlepszym rozwiązaniem jest więc korzystanie z problemów, jako że te rozwijają matematyczną wyobraźnię, uczą niekonwencjonalnych sposobów rozwiązywania zadań, kształcą giętkość i oryginalność myślenia, prowokują samodzielność i poznawczą zaradność.

Przykład zadania nietypowego: Na trzech drzewach siedziały wróble. Z pierwszego na drugie drzewo przefrunęły 2, a z drugiego na trzecie 1. Teraz na każdym drzewie siedzi po 5 ptaków. Ile ptaków siedziało na początku na każdym drzewie?[21]

Przykład zadania typowego:

Lis waży kilka kilogramów. Wilk jest od niego cięższy o 60 kilogramów i waży 69 kilogramów. Ile waży lis?

☐ *kg + 60 kg= 69 kg*

Odp.: .....

Dzięki problemowemu podejściu we wczesnym nauczaniu matematyki i z uwzględnieniem wcześniej wymienionych postulatów nauczania konstruktywistycznego możliwe staje się zastąpienie transmisyjnego przekazu wiedzy w postaci wyuczonych na pamięć gotowych wyników (np. tabliczki mnożenia) czy odtwarzanych strategii rozwiązywania zadań krok po kroku według ustalonego algorytmu podejściem heurystycznym. Zgodnie z tym ostatnim uczniowie samodzielnie budują zróżnicowane strategie obliczeniowe rozwijając umiejętności arytmetyczne i do-

19 D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2004, Wydawnictwo Akademickie „Żak", s. 29.

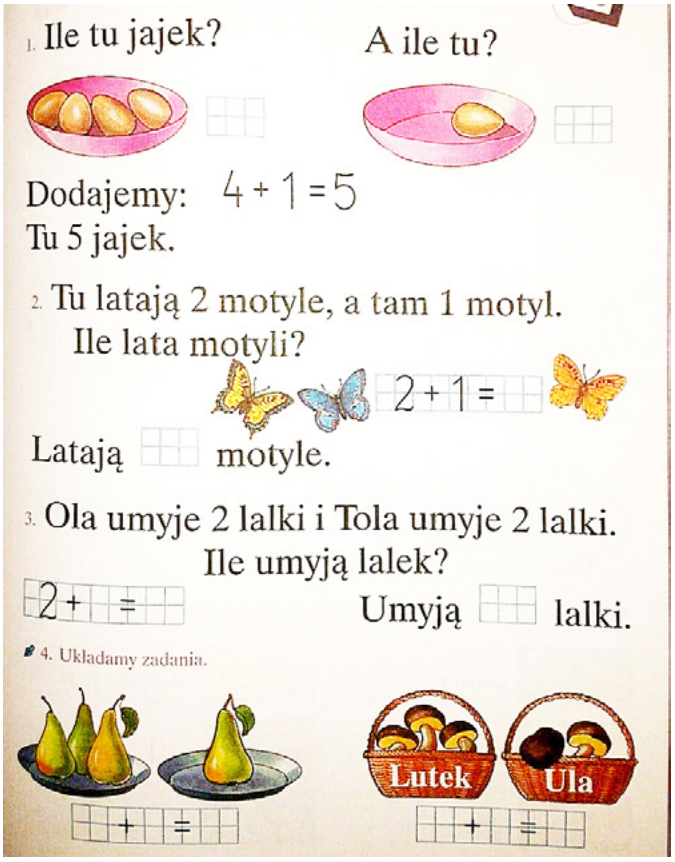
20 M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów, Warszawa 2008, Centralna Komisja Egzaminacyjna, s. 133.

21 D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2004, Wydawnictwo Akademickie Żak, s. 120.

strzegając coraz bardziej znaczenie podstawowych działań matematycznych.

Nieadekwatność metodyczna w nauczaniu matematyki w szkole

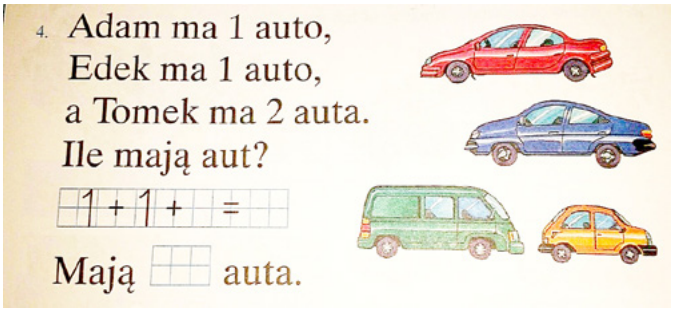
Typowemu absolwentowi polskiej szkoły początki edukacji matematycznej kojarzą się przede wszystkim z setkami słupków do obliczenia, kaligrafowanych cyfr i wypełnianych pod dyktando nauczyciela serii odtwórczych zadań w zeszytach ćwiczeń. Potwierdzeniem tego są również propozycje książkowe naznaczone wieloma błędami i schematami deformującymi myślenie matematyczne dzieci. Do najczęściej występujących można zaliczyć tzw. szum instruktażowy[22]. Przykład poniżej.



Źródło: Wesoła Szkoła, cz. 1, Karty pracy ucznia, Warszawa 2004, WSiP.

Przytoczone zadnie ma charakter precyzyjnie opracowanego toku metodycznego. Każda czynność ucznia jest w nim bardzo szczegółowo określona przez sekwencję kroków, które musi wykonać, aby zadanie uznane zostało za poprawnie wykonane. Trudno w nich pozbyć się uczucia zagubienia intelektualnego, gdyż cała aktywność ucznia skoncentrowana jest jedynie na odkodowywaniu zaplanowanych kroków. Dziecko jest w nim bierne poznawczo, bo jego aktywność umysłowa polega bardziej na odgadywaniu, jaką czynność ma wykonać niż na jej projektowaniu czy obmyślaniu własnej strategii myślenia i działania. Uszczegółowienie zadania sprawia, że trudno mu skoncentrować się na jego ogólnym sensie. Nie musi poszukiwać metody rozwiązania, bo ta została mu już podana, nie musi rozumieć zadania, bo ktoś już pomyślał i zrozumiał za niego. W efekcie dzieci stają się bezradne matematycznie i uporczywie czekają przy każdym zadaniu na instrukcję jego wykonania podana przez nauczyciele lub podpowiedzianą przez podręcznik. Jednocześnie z wielu zadań wycofują się, gdy te nie posiadają instrukcji jego wykonania.

Kolejnym niedociągnięciem metodycznym matematycznych zadań podręcznikowych jest odtwórcze wykonawstwo[23]. Przykład zadania z podręcznika szkolnego.



Źródło: Wesoła Szkoła, cz. 1, Karty pracy ucznia, Warszawa 2004, WSiP.

Charakteryzuje je nieustanna ingerencja w myślenia dziecka. Podobnie, jak w poprzednim przykładzie wykonawca zadania musi podporządkować się podręcznikowej instrukcji, która zwalnia ucznia z jakiegokolwiek myślenia. Wystarczy mechaniczne kojarzenia faktów, aby osiągnąć cel. W zadaniach tego typu dzieci liczą, ale nie rozumieją, uzupełniają luki w zadaniach, ale ich nie czytają, dorysowują brakujące elementy, ale nie wiedzą, dlaczego klasyfikują, ale nie rozumieją kryterium takiego sposobu porządkowania.

Następnym niedociągnięciem zadań podręcznikowych jest tzw. orientacja na wynik i traktowanie aktywności dziecka wyłącznie jako środka do osiągania celów lekcji. Najważniejsze jest, aby uczeń pracował szybko, wykonywał dużo zadań (najczęściej zamkniętych, odtwórczych), gdyż tempo i ilość wykonanych zadań o identycznej konstrukcji, traktowana jest jako wskaźnik efektywności nauczania. Najlepszym tego przykładem są różne wersje słupków matematycznych. Niekiedy ozdabianych rysunkami, innym razem naklejkami, innym rebusami. Ich istota jest jednak zawsze taka sama — zastosować algorytm i trenować technikę obliczeniową.

22 D. Klus-Stańska, M. Nowicka, Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, Warszawa 2005, WSiP, s. 111.

23 Ibidem, s. 112.

Przytoczone przykłady zadań nie pozwalają na samodzielne poszukiwania uczniowskiej. Raczej są myśleniem na skróty, aby pokierować ucznia ku zapisowi, ku regule, ku wzorowi. W tych okolicznościach praca indywidualna ucznia nie ma żadnych znamion samodzielności intelektualnej. Jest raczej opanowaniem techniki i jej regularnym trenowaniem, potwierdzającym fakt wyposażania uczniów w wiedzę matematyczną, z której nie potrafią oni korzystać bez wsparcia tzw. podpowiedzi.

Mity w edukacji matematycznej młodszych uczniów

Aspekt mitu w edukacji podejmuje wielu autorów. Jest on obecny w pracach M. Dudzikowej[24] jako przejaw nieadekwatności szkoły wobec rzeczywistości i oczekiwań społecznych. Pisze o nim także Z. Kwieciński[25] jako o typie złudzeń i błędnych aksjomatach.

Tkwienie w tych mitach sprawia, że szkoła nie jest przygotowana do wspomagania rozwoju. Dopuszcza natomiast rozwój tylko do pułapu norm systemu, którego jest strażniczką. Niebezpieczeństwo owych mitów prowadzi więc do kłamstw w obszarze myślenia o możliwościach edukacyjnego oddziaływania szkoły, co powoduje marnowanie możliwości dzieci, które głównie ćwiczone są w rywalizacji i w ukryty sposób naznaczane mianem nieudaczników czy przeciętnych prymusów[26].

D. Klus-Stańska mit w edukacji wiąże natomiast ze zjawiskiem pozorowania, co ilustruje terminem imitacja. Rozumie przez niego wszelkie przejawy fałszowania rzeczywistości, udawania i nieadekwatności[27]. Zauważa, że imitacja jest wszechobecnym elementem polskiej szkoły, konsekwencji inercyjnego pozostawania pozornej „rzeczywistości założeniowej", gdy w ślad za przyjmowanymi bezrefleksyjnie nowymi trendami edukacyjnymi nie pojawiają się adekwatne zmiany w obszarze funkcjonowania szkoły, form jej działania, rozwiązań w obszarze kultury dydaktycznej szkoły i jej metodycznych odpowiedników. A. Nalaskowski nazywa to „nieprawdą szkoły"[28], kiedy szkoła kojarzona jest przez uczniów głównie z miejscem, w którym trzeba zaspokoić poczucie spełnienia misji przez dorosłych, nie zaś jako miejsce odkrywania świata, widzenia szans rozwojowych, doceniania dziecka i wspierania jego potencjału z zamiłowaniem do wiedzy.

W edukacji matematycznej dzieci daje się również dostrzec wiele złudzeń, błędnych sposobów postrzegania aktywności dziecka i jego możliwości, co więcej nie obce jest zjawisko pozorowania uczenia się matematyki. Jest to kwestia bardzo poważnie zaburzająca myślenie o edukacji matematycznej dzieci, co poniżej scharakteryzuję w postaci kilku mitów i możliwości ich zastąpienia rozwiązaniami realnymi i respektującymi potrzeby poznawcze młodszych uczniów.

Mit 1 - Matematyki zaczynamy się uczyć dopiero w szkole

Przyjęło się mawiać, że prawdziwa matematyka rozpoczyna się dopiero w szkole, bo wtedy są liczby, działania, obliczenia, wzory, schematy, rysunki, figury geometryczne. To powszechne przekonanie wydaje się być jednak w sprzeczności ze zmatematyzowaną wersją rzeczywistości, w której każdy człowiek żyje od urodzenia. Towarzyszy mu wiele elementów matematyki. Wystarczy przyjrzeć się otaczającej człowieka rzeczywistości, aby dostrzec w niej ogromną liczbę sytuacji, w których sięgamy po naszą wiedzę i umiejętności matematyczne:

- orientacja w przestrzeni, gdy dziecko rozgląda się w pokoju w poszukiwaniu zabawek, gdy szuka kolegów i koleżanek na placu zabaw, gdy konstruuje w piaskownicy tor wyścigów samochodowych,
- orientacja w schemacie ciała, gdy odróżnia prawą część ciała od lewej, gdy tłumaczy komuś drogę do szkoły, gdy projektuje strój dla swojej laki,
- klasyfikowanie, gdy potrafi wyróżniać cechy (kolor, kształt, wielkość, przeznaczenie przedmiotu) do klasyfikowania przedmiotów podczas rzeczywistego porządkowania zabawek czy uzupełniania kolekcji znaczków, limitowanych kart piłkarskich z serii Champion Ligue, układa książki na półce,
- ryt i ornamenty, gdy układa kolorowe mozaiki, czy konstruuje budowle z klocków, badając ich właściwości, dopasowywanie, planuje swój dzień,

24 M. Dudzikowa, Mit o szkole jako miejscu wszechstronnego rozwoju ucznia. Eseje etnopedagogiczne, Kraków 2001, Oficyna Wydawnicza „Impuls".

25 Z. Kwieciński, Socjopatologia edukacji, Olecko 1995, Mazurska Wszechnica Nauczycielska w Olecku, s. 70.

26 Ibidem, s. 75.

27 D. Klus-Stańska, Rzecz o ryzyku kulturowej nieadekwatności edukacji szkolnej, „Forum Oświatowe" 2005, nr 1(32), s. 34; eadem, Twórcze myślenie uczniów – mity, nieporozumienia, możliwości, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2008, nr 1(7), s. 117.

28 A. Nalaskowski, O nieobowiązkowy kształt szkoły, [w:] Kontestacje pedagogiczne, red. B. Śliwerski, Kraków 1993, Oficyna Wydawnicza Impuls, s. 243.

- figury geometryczne, gdy porusza się w świecie gier komputerowych, rozgrywek planszowych, projektuje przejście dla pieszych i opisuje je znakami drogowymi,
- liczenie i działanie na liczbach, gdy trzeba policzyć pieniądze w skarbonce, zapłacić za ulubione lody, rozdzielić po równo cukierki między swoich kolegów, ustalić kolejność uczestników podczas podwórkowych wyścigów, poruszać się windą itd.

Wszystkie z tych sytuacji są dostępne dziecku na długo wcześniej niż pójdzie do szkoły. Przy okazji takich konkretnych działań, które prowokują je do myślenia, wartościowania, porównywania, analizowania, klasyfikowania, argumentowania, mówienia, słuchania, badania kontekstów tworzy się ich osobista wiedza matematyczna, wzbogaca zasób doświadczeń, które są niezastąpione w kształtowaniu pojęć matematycznych. Stanowią one budulec dla zorganizowanych struktur poznawczych, pamiętając, że w umyśle zapisują się na trwałe tylko te spośród nauczanych treści, które zostaną zintegrowane z żywymi, naturalnymi strukturami wiedzy. Ich proceduralny charakter sprawia, że wiedza dzieci jest osobiście aktywizowana, ulega rozwojowi od wewnątrz, zachowuje związek z logiką wiedzy publicznej i dzięki temu w dużej mierze zachowuje swoją plastyczność i kreatywność.

Myślenie, iż prawdziwa matematyka zaczyna się w szkole jest więc błędem, który trzeba wyeliminować z nauczycielskiego podejścia do edukacji matematycznej, zastępując je szacunkiem i zaufaniem do wiedzotwórczych kompetencji dzieci i ich wykorzystywania w konstruowaniu pojęć. Ogromnego znaczenia nabiera więc wówczas korzystanie z doświadczenia uczącego się, jak również stwarzanie okazji do zdobywania doświadczeń w nauczanej dziedzinie i aktywizowania osobistej perspektywy uczniów.

Mit 2 - Uczenie się na konkretach jest zaprzeczeniem prawdziwej matematyki

Zgodnie z teorią reprezentacji wiedzy J. Brunera wiedza może być ujmowana w sposób enaktywny, ikoniczny i symboliczny. Pierwszy sposób reprezentacji zdarzeń dokonywany jest za pośrednictwem odpowiednich reakcji ruchowych, jak działanie na konkretach, manipulacja określnymi elementami. Reprezentacja ikoniczna ujawnia się za pomocą wykorzystywania przez dziecko syntetycznych obrazów, ilustracji, piktogramów. Ostatnia z wymienionych reprezentacji wiedzy – symboliczna polega na kodowaniu zdarzeń za pomocą słów (języka mówionego i pisanego) oraz innych symboli jak np. cyfry, liczby i znaki matematyczne dodawania, odejmowania, dzielenia, mnożenia, i inne. Jednocześnie bardzo ważne jest umiejętne przechodzenie z jednego poziomu reprezentacji na drugi i integrowanie tych doświadczeń na poziomie symbolicznym.

Niestety nie docenia się faktu, że najkorzystniejsze dla dziecka jest uczenie się doprowadzające do posługiwania się symbolem, a nie od symbolu zaczynające się. A. Kalinowska pisze, że w myśleniu wielu nauczycieli wczesnej edukacji w centrum uczenia się matematyki jest myślenie symboliczne, utożsamiane z właściwym myśleniem[29]. Błąd polega na tym, że wielu nauczycieli zapomina, że myślenie symboliczne jest etapem docelowym, a nie punktem wyjścia. Aby było możliwe korzystanie przez dzieci z myślenia symbolicznego, konieczne jest zaakceptowanie faktu, że wyrasta ono z wcześniejszych doświadczeń dziecka – doświadczeń manipulacyjnych, które dzieci zdobywają podczas codziennych zajęć, jak przeliczanie, manipulowanie przedmiotami, klasyfikowanie, zestawianie. Dla dorosłych są one infantylne. Dla dzieci są szansą dla tworzenia się w ich umysłach pojęć matematycznych. Oznacza to, że uczniowie w klasach I-III nie tylko powinni mieć możliwość manipulowania konkretami, ale co ważniejsze uczyć się, że jest to proces niezbędny w rozwijaniu myślenia. Ważną uwagą dla nauczycieli jest więc, aby pamiętali, że działania na konkretach nie powinny być traktowane jako „ostatnia deska ratunku" dla bardzo słabego ucznia, ale jako niezbędna sytuacja dla każdego dziecka.

Niestety wielu nauczycieli nie respektuje tej prawidłowości. Wręcz są oni przekonani, że dzieci w klasie pierwszej powinny odzwyczajać się od liczenia na konkretach, co prowadzi do wielu błędów, a dalej uczniowskich niepowodzeń i niechęci do uczenia się matematyki. M. Dąbrowski do najczęściej popełnianych przez nauczycieli błędów zalicza chętne sięganie po przekaz werbalny z dużą ilością symboliki[30], przyjmując zasadę najpierw definicja, potem sens. Tymczasem z badań psychologów i pedagogów wynika, że korzystniejsze dla dzieci jest podejście drugie: najpierw sens, potem nazwa czy symbol. Dla metodyki matematyki oznacza to takie „organizowanie procesu uczenia się, aby dziecko zaczynało swoje myślenie i działanie, o ile tylko odczuje taką potrzebę, na poziomie enaktywnym oraz ikonicznym po to, aby mogło być aktywne intelektualnie i ze swoich

29 A. Kalinowska, Pozwólmy dzieciom działać. Mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego, Warszawa 2010, Wyd. Centralna Komisja Egzaminacyjna.

30 M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć…, op. cit., s. 11.

działań mogło wydobywać sens tego, co jest naszym edukacyjnym celem"[31]. Właściwa nazwa, pojęcie, symbol powinno więc pojawić się dopiero wówczas, kiedy dziecko wie i rozumie, co one będą oznaczać. Dopiero wówczas jest ono gotowe zrozumieć i zapamiętać poznawane pojęcie czy symbol i jest gotowe do posługiwania się nim. Zdaniem wybitnych matematyków, jak Rene Thom[32] język matematyki (nazwy i symbole) – jest tworzony, aby ułatwić komunikowanie się, a nie je skomplikować. Będzie on dobrze pełnił swoją funkcję, gdy sens pojęć i symboli będzie poprzedzał ich nazwy. Zatem uczenie się na konkretach nie jest zaprzeczeniem uczenia się matematyki, lecz jej niezbywalnym warunkiem. Najpierw sens i zrozumienie, a potem pojęcie!

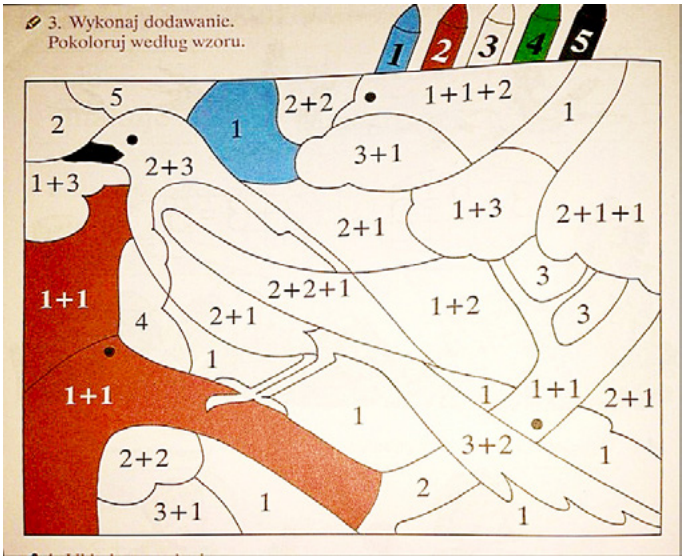
Mit 3 - Wyćwiczony sposób postępowania jest niezawodny i umożliwia rozwiązywanie wszystkich zadań danego typu

W dydaktyce matematyki wymienia się kilka podejść do uczenia się i towarzyszących im rodzajów myślenia. Najczęściej wskazuje się na sposób relacyjny i instrumentalny[33]. Pierwszy z nich rozumiany jest jako poznanie rozumowania, które prowadzi do określonego uogólnienia, zasady, twierdzenia czy reguły. Dziecko samo odkrywa regułę, staje się jej współtwórcą, a nie tylko biernym odbiorcą i uczestnikiem treningu zapamiętywania. Podejście instrumentalne jest jego zaprzeczeniem. Zakłada opanowanie przez dziecko reguł, algorytmów i posługiwanie się nimi w określonych sytuacjach.

Polska szkoła uczy matematyki w sposób instrumentalny, kładąc zdecydowanie mniejszy nacisk na jej relacyjne rozumienia lub zupełnie pomijając tę kwestię. W efekcie utrudnia się lub wręcz uniemożliwia transfer wiedzy i umiejętności na sytuacje inne niż te zapamiętane z zajęć szkolnych. Obniża się również użyteczność zdobywanej wiedzy w szkole i sens jej wykorzystywania w sytuacjach pozaszkolnych. Opiera edukację na utartych schematach myślowych i precyzyjnie określonych algorytmach.

Tymczasem z badań psychologów wynika, że mózg dziecka nie znosi schematów. Rozszerzająca się od kilkudziesięciu lat wiedza z tego zakresu pokazuje, że „gdy nauczyciel prowadzi zajęcia według ustalonego schematu, niewielkie są szanse, że dzieci rzeczywiście się czegoś od niego nauczą. Dzieje się tak ponieważ schemat nie może zaskoczyć i prawie nigdy nie jest dla ucznia interesujący (...). Choć da się zmusić dzieci do tego, by siedziały w ławce i „nie przeszkadzały", to nie da się ich ani prośbą, ani groźbą skłonić, by to, co słyszą uznały za intersujące i ważne. Mózg nie daje się ani przekonać, ani oszukać"[34]. Dla metodyki matematyki oznacza to konieczność modyfikowania metod nauczania i stymulowania aktywności uczniów. Uczniów zainteresuje bowiem tylko kreatywny nauczyciel, który unikając schematów i wychodząc poza nie, czyli dając dzieciom to, czego w danym momencie się nie spodziewają sprawi, że dzieci nabiorą przekonania, iż matematyka może być interesująca, a wiedza z niej pochodząca użyteczna i dla nich wartościowa.

Dla uczenia się matematyki istotne znaczenie ma również głębokość przetwarzania – czyli w dużym uproszczeniu to, co uczeń może zrobić z daną informacją. Jeżeli tylko ją przeczyta lub wysłucha, uzupełni brakujące elementy, jak w zadaniach z lukami lub w formie kolorowanek:



Źródło: Wesoła Szkoła, cz. 1, Karty pracy ucznia, Warszawa 2004, WSiP.

czy wykona według podanego algorytmu działania:

Kasia i Damian pomagali wujowi sadzić drzewka. Kasia posadziła w 7 rzędach po 3 drzewka, a Damian w 3 rzędach po 7 drzew.

Ile drzewek posadziło każde z dzieci? Zapisz obliczenia i wstaw odpowiedni znak.

31 Ibidem, s. 11.

32 R. Thom, Matematyka „nowoczesna" – pomyłka pedagogiczna i filozoficzna?, „Wiadomości matematyczne", XVIII, 1974.

33 M. Żytko, Program edukacyjny „Gramy w piktogramy" – pomysł na wspieranie edukacji matematycznej dzieci i jego wykorzystanie w praktyce szkolnej, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2014, nr 1(24), s. 48-58.

34 N. Minge, K. Minge, Wolność od schematów, „Psychologia w Szkole" 2015, nr 1(47), s. 6.

□ * □ = □ □ □ * □ = □

Odp. :.....

to mało prawdopodobne, że taki sposób zapamięta, a jeszcze mnie prawdopodobne, że go zrozumie, a następnie w kolejnych sytuacjach zastosuje.

Dla uczenia się matematyki oznacza to, że mimo istnienia różnych kategorii metod (algorytmicznych i heurystycznych) znacznie wartościowsze dla samodzielności myślenia dzieci jest posługiwanie się heurezą, gdyż ta pobudza kreatywność ucznia i konstruowanie przez niego własnych sposobów myślenia i działania, strategii rozwiązywania zadań. W wyniku jej zastosowania obserwuje się:

6) konieczność uruchamiania strategii twórczego myślenia przez uczniów,
7) konieczność posiadania zdolności do tworzenia hipotez oraz ich ciągłej weryfikacji,
8) poszukiwanie niezawodnego dotąd sposobu działania,
9) włączanie mniej racjonalnych czynników umysłowych, przy jednoczesnym poddawaniu ich kontroli,
10) radzenie sobie z niezdefiniowaną lub słabo zdefiniowaną sytuacją matematyczną i możliwością ich przenoszenia również na zadania nieproblemowe.

Oznacza to, że posługując się strategiami heurystycznymi i rozwiązując zadania problemowe dziecko nie tylko uczy się rozwiązywania określonej kategorii zadań, lecz zdobywa wiedzę w obszarze metod i radzenia sobie z każdą niezdefiniowaną sytuacją. Z pomocą heurezy (własne poszukiwanie) może skonstruować algorytm. Niestety z pomocą algorytmu nie stworzy heurezy. Zatem odkrywanie algorytmu jest w sensie poznawczym znacznie bardziej wartościowe i całkowicie odmienne niż stosowanie algorytmu wcześniej poznanego.

Teza o konieczności wyćwiczania uczniów w algorytmach jest więc bezpodstawna. Owszem, algorytmy są potrzebne pod warunkiem, że są one przez uczniów odkrywane, a nie tylko zapamiętywane. Zatem wszystkie sytuacje monotonnego powtarzania przez uczniów ćwiczeń o charakterze standardowym, sprzyjają tylko utrwaleniu i zautomatyzowaniu umiejętności. Nie mają natomiast nic wspólnego z samodzielnością myślową dzieci i inwencją matematyczną.

Ten sposób uczenia się matematyki jest sprzężony z dominacją w podręcznikowej ofercie zadań zamkniętych i niedocenianiem roli zadań problemowych, które uruchamiają myślenie niestandardowe i twórcze, wyzwalają osobiste strategie. Z badań wynika, że nauczyciele ich nie stosują, bo:

11) nie doceniają walorów zadań problemowych i ich roli w rozwijaniu kompetencji matematycznych uczniów,
12) charakteryzują ich niskie kompetencje twórcze,
13) nie potrafią identyfikować i konstruować zadań problemowych[35].

W efekcie na zajęciach z młodszymi uczniami pojawia się stosunkowo mało zadań problemowych, co odbija się na niedostymulowaniu bardziej złożonych umiejętności matematycznych i nastawieniu na specjalizowanie się w ćwiczeniu algorytmów. Te natomiast są bardzo powszechne z uwagi na nauczycielskie przekonanie, że jeśli uczniowie będą rozwiązywali głównie zadania problemowe, to nie nauczą się szkolnych umiejętności. W ten sposób wiara w doskonalenie warsztatu i technik obliczeniowych przyczynia się do pozorowania aktywności matematycznej i upowszechniania kolejnego mitu, iż tylko algorytm jest niezawodny.

Mit 4 - Im dziecko szybciej dochodzi do oczekiwanego wyniku, tym edukacja jest efektywniejsza

We wczesnym nauczaniu matematyki powszechne jest również przekonanie, że powtarzanie wielu ćwiczeń i poznawanych metod z zachowaniem zasady kierowania kolejnymi krokami przez nauczyciela będzie sprzyjało podnoszeniu tempa wykonywania zadań przez dzieci. To natomiast postrzegane jest jako jedne z głównych wyznaczników efektywności nauczania.

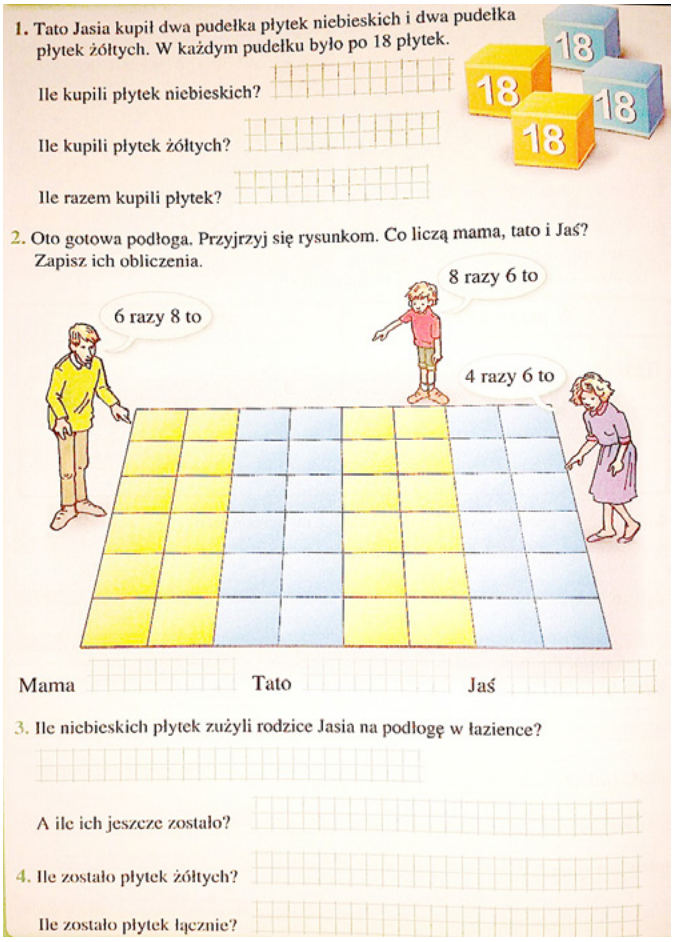
Niestety w uczeniu się matematyki zasada im szybciej tym lepiej, im więcej, tym lepiej nie sprawdza się, bo ilość odtwórczo wykonywanych zadań nie przekłada się na jakość ich wykonania czy wyższy poziom zrozumienia.

35 D. Klus-Stańska, M. Nowicka, Sensy i bezsensy…, op. cit., s. 149.

Przywołane stanowisko skorelowane jest z mechaniczo-asocjacyjnym podejściem do nauczania matematyki, którego negatywne aspekty ujawniają się w uruchamianiu u uczniów jedynie aktywności odtwórczo-pamięciowej, wyznaczającej naśladowczy sposób myślenia, a nie różne sposoby rozumowania. Cały wysiłek edukacyjny jest wówczas zorientowany na wynik, a nie proces uczenia się.

W szkole zorientowanej na wynik ustalony tok rozwiązywania zadań jest ćwiczony wielokrotnie, aby utrwalił się na tyle, by uczeń dysponował gotową strategią za każdym razem, gdy zetknie się z analogicznym zagadnieniem. Celem tego typu zabiegów jest zapoznanie ucznia z przebiegiem techniki obliczeniowej i utrwalenie jej w sytuacjach typowych i zręczne kierowanie ku tzw. poprawnym i szybko udzielanym odpowiedziom. Niestety nie ma w nich okazji, aby uczniowi dać czas na myślenie po swojemu. To podejście zorientowane jest natomiast na proces budowania przez ucznia jego wiedzy matematycznej, a nie jedynie jej usprawniania i pamięciowego opanowywania.

Jeżeli nauczyciel chce ustalić, czy jego nauczanie zorientowane jest na wynik, czy na proces dochodzenia do niego przez uczniów, a więc jeśli chce zrozumieć, co naprawdę robi nauczając matematyki, musi, jak proponują D. Klus-Stańska i M. Nowicka, odpowiedzieć sobie na podstawowe pytanie. „Mianowicie, na co poświęca w klasie więcej czasu: na samodzielne, niekierowane próby odkrycia (wymyślenia) przez uczniów własnych metod poradzenia sobie z nieznaną im dotychczas trudnością (uruchamianie procesów), czy na ćwiczenie i na powtarzanie poznanych metod z zachowaniem zasady kierowania kolejnymi krokami przez nauczyciela i natychmiastową korektą błędnych posunięć (utrwalanie wyniku)"[36]. Jako ilustrację przytaczam dwa przykłady zadań tekstowych. Pierwsze zorientowane jest na wynik, gdyż jedynie szlifuje ustalony tok rozwiązania zadania i powtarzanie poznanej metody. Przykład zadania tradycyjnego: Na parkingu stało 15 samochodów. Po pewnym czasie 7 odjechało. Ile samochodów pozostało na parkingu? Przykład zadania problemowego[37]:



Źródło: Przygoda z klasą 2, Warszawa 2004, WSiP.

Drugie zadanie prowokuje do myślenia. Nastawione jest na poszukiwanie rozwiązania i odkrywanie własnych strategii liczenia. Wartość tego jednego zadania jest nieporównywalnie większa niż wielokrotne wykonywanie zadań powyższego typu ubranych za każdym razem w inną sytuację życiową. Nie ma bowiem znaczenia czy będzie to zadanie o kupowaniu ciasteczek czy sprzedawaniu kwiatków, jeśli narzucona metoda jego wykonania jest zawsze taka sama.

Mit 5 - Tylko nieliczni uczniowie są uzdolnieni matematycznie

Z badań E. Gruszczyk-Kolczyńskiej[38] wynika, że ponad połowa przedszkolaków wykazuje matematyczne zdolności, a już w klasie pierwszej aż 25% dzieci ma problemy z matematyką. Czy na tej podstawie można przyjąć tezę, że tylko nieliczni uczniowie są uzdolnieni matematycznie? Czy może lepiej zadać sobie pytanie, co sprawia, że liczba uzdolnionych matematycznie dzieci tak drastycznie zmniejsza się w szkole?

36 D. Klus-Stańska, M .Nowicka, Sensy i bezsensy …, op. cit., s. 111.

37 Zadanie zaczerpnięte z podręcznika Przygoda z klasą 2. Książka ucznia, Warszawa 2003, WSiP, s. 54.

38 E. Gruszczyk-Kolczyńska, Szkoła, rzeź talentów, „Dziennik Gazeta Prawna", 10-12 maja 2013 r.

„Większość problemów szkolnych pojawia się tuż po rozpoczęciu nauki"[39] — odpowiada w wywiadzie Edyta Gruszczyk-Kolczyńska. Tak jest również w edukacji matematycznej. Dotyczy to co czwartego dziecka. Oznacza to, że problem nie tkwi w nielicznych dzieciach uzdolnionych matematycznie, lecz w tym, że licznie uzdolnione matematycznie dzieci pozbawiane są tego przez system szkolny. Z odważnych, krytycznych i twórczych przedszkolaków po kilku tygodniach szkolnej edukacji stają się mentalnie usidlone mało kreatywnymi zadaniami, zniechęcone do nauki, nastawione na odtwarzanie schematów myślowych. Towarzyszące im okoliczności edukacyjne bardzo skutecznie przyczyniają się do blokowania wszelkiej aktywności, której można byłoby nadać status poznawczej. Bierność postrzegania faktów, mechaniczne przyswajanie różnych wiadomości, pamięciowe uczenie się wypierają skutecznie naturalny u dzieci pęd do poszukiwań i eksploracji, myślnie projektujące, zdolność do analizy, samodzielnego planowania, itd. W miejsce tego proponuje się dzieciom zunifikowany system nauczania, kiedy nie uwzględnia indywidualnych różnic, wszyscy uczniowie uczą się tego samego, w tym samym tempie i w ten sam sposób.

Mimo, że z badań psychologów wynika, iż różnice rozwojowe w sferze umysłowej wynoszą u dzieci 4 lata, co oznacza, że dziecko 7-letnie może być na poziomie rozwoju intelektualnego 5- lub 9-latka, szkoła tego nie uwzględnia. Wszyscy uczniowie muszą bezwzględnie podporządkować się gotowej ofercie metodycznej, która niestety nie uwzględnia zadań zróżnicowanych ze względu na stopień trudności i możliwość ich rozwiązania z uwzględnieniem różnych reprezentacji wiedzy: od enaktywnej przez ikoniczną do symbolicznej. Dzieci zmuszane są więc do naśladowania innych, bezmyślnego powtarzania za nimi czynności, których sensu matematycznego nie rozumieją. W tzw. nauczaniu zbiorowym ginie indywidualny uczeń. Na lekcji może odpisać od innych, a w domu skorzysta z pomocy rodziców. W ten sposób nauczyciel nie widzi żadnego problemu i nie podejmuje żadnych kroków, aby pomóc uczniowi wyrównać narastające opóźnienia edukacyjne.

Neutralizowaniu zdolności matematycznych sprzyja również monotonny kanon nauczania. Niejeden przedszkolak, gdy przychodzi do szkoły liczy do 1000, matematyzuje to, co go otacza ciągle coś przeliczając, opisując liczbami, klasyfikując według przyjętych przez siebie kryteriów. Tymczasem będąc już uczniem każe mu się poznawać przez 20 minut liczbę 1, a potem w odstępie około tygodnia liczbę 2 i tak do 10.

W tle tego typu rozwiązań kryje się nastawienie na realizację programu dla średnich uczniów. Już w klasie pierwszej dzieci wiedzą, że nie trzeba poszukiwać metod rozwiązania zadania, bo te są zawsze dokładnie rozpisane w każdym oferowanym przez podręcznik i ćwiczenia zadaniu. Nie trzeba nawet czytać niektórych zadań, bo wszystko da się w nich odgadnąć z ilustracji. Nie trzeba myśleć, bo ktoś już za nich pomyślał, co trzeba zrobić. Problem jest więc nie w braku uzdolnionych matematycznie dzieci, lecz w tym jak system szkolny zabija w dzieciach te naturalne dla nich kompetencje do liczenia.

Wspieranie aktywności matematycznej dzieci - rozwiązania praktyczne

Potrzeba zmiany podejścia do szkolnej nauki matematyki jest konieczna. Wymaga mentalnego oswojenia wiedzy programowej przez rozluźnienie stosowanych w początkowym nauczaniu matematyki formalnych obostrzeń, takich jak:

1) formalizacja języka,
2) unifikacja tematyczna zadań na lekcji,
3) unifikacja poziomu trudności zadań,
4) narzucanie metody rozwiązania[40].

Pierwsze z obostrzeń dotyczy rezygnacji z sytuacji edukacyjnych, kiedy uczniowi nakazuje posługiwać się podręcznikową terminologią bez jej zrozumienia i bez używania języka potocznego. Znacznie pożyteczniejszym jest dla ucznia posługiwanie się jego osobistym językiem pełnym kolokwializmów i niedoskonałości, ale zrozumiałym dla niego. Fachowość języka przyjdzie bowiem z czasem i będzie efektem naturalnej aktywności dziecka. Zatem zamiast formuły „odpowiadaj całym zdaniem" lub podaj definicję, tak jak brzmi ona w podręczniku pozwólmy mówić dziecku tak jak potrafi, ale w sposób dla niego zrozumiały.

Pozostałe trzy warunki dotyczą oferty zadaniowej i metod pracy. Zdecydowanie konieczne jest w tym obszarze zastąpienie standardowych zadań zamkniętych o jednym rozwiązaniu zadaniami problemowymi, które nie tylko prowokują do własnej aktywności

39 Ibidem.

40 D. Klus-Stańska, M. Nowicka, Sensy i bezsensy…, op. cit., s. 133.

myślowej, ale również ich forma wskazuje na różne stopnie trudności i warianty ich analizowania. Rolą nauczyciela jest konstruowanie sytuacji problemowych, a także formułowanie zadań otwartych.

Sytuacja problemowa powinna być sytuacją badawczą, w której nauczyciel zastępuje udzielanie informacji organizowaniem uczniowi własnego odkrywczego działania, stwarza sytuacje sprzyjające myśleniu, łączeniu osobistego doświadczenia z nowymi treściami, dawać okazję do rozwiązań praktycznych i do zdobywania kolejnych nowych doświadczeń. Do głównych cech takiej sytuacji należy: nowość zagadnienia, nastawienie na zmianę, czasem dziwność, niezgodność z dotychczasowym doświadczeniem, złożoność, wieloznaczność, niewyraźność, luki w dostępnych informacjach, jednym słowem — konflikt poznawczy.

Tabela 2. Porównanie zadań otwartych i zamkniętych

Zadania otwarte	Zadania zamknięte
Zadania o wielu rozwiązaniach i wielu strategiach dochodzenia do wyniku	Zadania o jednym rozwiązaniu wynikającym z narzuconego konstrukcyjnie sposobu wykonania
Oparte na heurezie	Oparte na algorytmie
Prowokują płynność i giętkość intelektualną	Bazują na pamięciowym uczeniu się
Umożliwiają wychodzenie poza dostarczone informacje – konstruowanie i rekonstruowania wiedzy	Wymagają zastosowania podanych informacji, bez możliwości ich modyfikowania
Nastawione na projektowanie, wymyślanie, refleksję, interpretację – myślenie produktywne i krytyczne	Nastawione na utrwalanie umiejętności, przypominanie wiadomości, porządkowanie treści
Prowadzą do wiedzy samodzielnie zdobytej, trwałej, dynamicznej	Powodują wiedzę odtwórczą, naśladowczą, statyczną, nie poddającą się zmianom

Źródło: opracowanie własne

Organizowanie sytuacji problemowych nie jest jednak sprawą łatwą. Chodzi bowiem o to, aby stworzona sytuacja problemowa wywołała niepokój poznawczy ucznia i umożliwiała mu samodzielne dostrzeżenie, sformułowanie i rozwiązanie postawionego problemu. Pamiętać należy, że problem to rodzaj zadania dla dziecka trudnego, nowego, do rozwiązania, którego nie wystarcza mu jego dotychczasowa wiedza. Podejście do problemu jest więc subiektywne. To samo zadanie dla jednego ucznia może być problemem z uwagi na brak doświadczeń i wiedzy niezbędnej do jego rozwiązania. W innym przypadku może okazać się zwykłym zadaniem utrwalającym, w który uczeń zastosuje odkrytą już wcześniej strategię jego rozwiązania. Ważną sprawą jest więc rozeznanie pokładów wiedzy osobistej dzieci i tworzenie takich sytuacji, które przebiegałyby w warunkach w pełni zaakceptowanych przez dzieci, prowokujących je do myślenia krytycznego i twórczego, uruchamiania aktywności umysłowej.

Najlepiej, gdy sytuacje problemowe przyjmują jak najbardziej naturalną postać, tj. tworzone są przez same dzieci, zgodnie z ich zainteresowaniami, potrzebami, stawianymi pytaniami. Sprzyjają temu sytuacje obserwacji, działań praktycznych, gry i zabawy dziecięce oraz wszelkie czynności wzięte z sytuacji życia codziennego. M. Dąbrowski nazywa to „łapaniem matematycznych okazji"[41]. Kilka ich przykładów zamieszczam poniżej.

Przykład 1

W trakcie zajęć w klasie I (październik) pojawiła się potrzeba przygotowania kopert. Do wyboru był papier formatu A4 w czterech kolorach, więc i wśród dzieci pojawiły się koperty w czterech kolorach: żółtym, niebieskim, czerwonym, zielonym. Gdy gotowe koperty zebrano w jednym miejscu ktoś zauważył, że chyba najmniej jest żółtych. Uruchomiło to serię pytań i działań z nimi związanych:

- Jak możemy się upewnić, czy żółtych jest rzeczywiście najmniej?
- A ile jest niebieskich czy zielonych? O ile więcej?
- A ile jest razem zielonych i żółtych?

Jedno z końcowych pytań dotyczyło porównania liczby dzieci obecnych na sali z liczbą wszystkich kopert. Jeden z uczniów odpowiedział na nie w następujący sposób: Każdy z nas zrobił jedną kopertę, a więc było tyle samo kopert, co nas, ale przed chwi-

41 M. Dąbrowski, O rozwijaniu umiejętności matematycznych..., op. cit., s. 59.

lą Marysia wyszła, więc teraz jest nas o jedno mniej niż kopert[42].

Przykład 2

Z uwagi na Dzień Dziecka nauczycielka przyniosła do klasy torbę pełną cukierków: owocowych, czekoladowych, karmelków oraz małych wielosmakowych wafelków. Dzieci radośnie zareagowały na niespodziankę. Problem pojawił się podczas częstowania, bo okazało się, że niekoniecznie dostają smaki, które lubią. Padła propozycja: Posegregujmy słodycze! W trakcie czynność dzieci rozdzielały słodycze w grupach i zadawały pytania:

- Jakie macie cukierki?
- Ile jest cukierków czekoladowych/mlecznych/owocowych?
- Czego jest więcej: wafelków czy cukierków?
- Jak możemy podzielić sprawiedliwie słodycze, aby każdy był zadowolony?
- Co zrobić z pozostałymi cukierkami?
- Ile ich zostało?
- Ile razem było wszystkich słodyczy?
- A może lepiej byłoby je na początku zważyć?
- Jak się je waży? itd.

Od przeliczania i segregowania cukierków, szukania różnych sposobów ich klasyfikowania oraz sprawiedliwego rozdzielenia dzieci przeszły do posługiwania się umiejętnościami praktycznymi w zakresie posługiwania się wagą i jednostkami wagi.

Projektowanie sytuacji edukacyjnych z wykorzystaniem nauczania problemowego to również konieczność uwzględniania możliwości wyboru. Mogą one dotyczyć: sposobu wykonania zadania, założonych rezultatów, technik działania, czasu trwania, osób, z którymi zamierza się kooperować, doboru przedmiotów i narzędzi, form ekspresji, a więc tego wszystkiego, co ma pobudzić naturalną ciekawość, wzmocnić motywacje i utrzymać aktywność dziecka. To natomiast wzmacnia ilość samodzielnych działań, zaangażowanie dziecka i satysfakcję podczas uczenia się.

W kwestii formułowania zadań w postaci otwartej warto przypomnieć cechy różniące je od zadania zamkniętego oraz podkreślić, że jego wartość tkwi w prowokowaniu ucznia do myślenia i działania.

42 Ibidem, s. 59.

Szczególnie wartościowe dla uczniów są zadania otwarte, tzw. problemy, z którymi zdaniem E. Nęcki mamy do czynienia, gdy „człowiek zmierza do jakiegoś celu, lepiej lub gorzej sformułowanego, ale nie wie, w jaki sposób przekształcić stan wyjściowy w pożądany stan końcowy"[43]. Konstytutywną cechą problemu jest więc konieczność wymyślenia (a nie przypomnienia, na co zdają się nie zważać nauczyciele) przez jednostkę skutecznych sposobów osiągania celu. Poniżej przykład zadania otwartego[44].

Źródło: J. Hanisz, Zadania na szóstkę, Warszawa 1997, WSiP.

Zakończenie

Zorientowana konstruktywistycznie edukacja matematyczna nie straszy, lecz zachęca, nie nudzi, lecz bawi, nie zamyka w schematach, lecz prowokuje do poszukiwania własnych strategii myślenia i działania wywiedzionych ze zrozumienia poznawanego zagadnienia. W efekcie dzieci są bardziej zaradne matema-

43 E. Nęcka, TroP, Twórcze rozwiązywanie problemów, Kraków 1994, Oficyna Wydawnicza „Impuls", s. 28.

44 J. Hanisz , Zadania na szóstkę, Warszawa 1999, WSiP.

tycznie i życiowo. Rozumieją matematykę i potrafią ją stosować w sytuacjach szkolnych i pozaszkolnych. Ich wiedza jest użyteczna, a zdobywanie jej ma dla nich sens. ■

Bibliografia:

Bruner J., Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978, PWN.

Bruner J., Proces kształcenia, Warszawa 1965, PWN.

Czajkowska M., Umiejętności matematyczne przyszłych polskich nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w świetle wyników badania TEDS, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2012, nr 1 (16).

Dąbrowski M., O matematycznych wynikach polskich trzecioklasistów w badaniach TIMSS, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2013, nr 4(23).

Dąbrowski M., O rozwijaniu umiejętności matematycznych w nauczaniu zintegrowanym, [w:] Kształcenie zintegrowane. Problemy teorii i praktyki, red. M. Żytko, Warszawa 2002, Wydawnictwo Akademickie „Żak".

Dąbrowski M., Wiatrak E., Nauczyciele nauczania początkowego w świetle ankiet, [w:] Trzecioklasista i jego nauczyciel. Raport z badań ilościowych 2008, red. M. Dąbrowski, Warszawa 2009, Centralna Komisja Egzaminacyjna.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Szkoła, rzeź talentów, „Dziennik Gazeta Prawna", 10-12 maja 2013 r.

Hanisz J., Zadania na szóstkę, Warszawa 1999, WSiP.

Kalinowska A., Poznawczy i kulturowy wymiar dezintegracji wczesnoszkolnych pojęć matematycznych, [w:] (Anty)edukacja wczesnoszkolna, red. D. Klus-Stańska, Kraków 2014, Oficyna Wydawnicza „Impuls".

Kalinowska A., Pozwólmy dzieciom działać. Mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego, Warszawa 2010, Centralna Komisja Egzaminacyjna.

Kamii C., Young children reinvent arithmetic, 2nd ed., Teacher College Press, New York 2000.

Klus-Stańska D., Wiedza i sposoby jej nabywania, [w:] Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania, red. D. Klus-Stańska, M. Szczepska -Pustkowska, Warszawa 2009, Wydawnictwo Akademicki i Profesjonalne.

Minge N., Minge K., Wolność od schematów, „Psychologia w Szkole" 2015, nr 1(47).

Neisser U., Cognitive psychology, Appelton Century Crofts, New York 1967.

Nęcka E., TroP, Twórcze rozwiązywanie problemów, Kraków 1994, Oficyna Wydawnicza „Impuls".

Piaget J., Science of education and the psychology of the child, Viking Press, New York 1970.

Pomoce dydaktyczne „Gramy w Piktogramy", opracowane przez naukowców z Uniwersytetu Warszawskiego, w ramach współfinansowanego przez Unię Europejską projektu PIKTOGRAFIA, http://projekt-piktografia.pl/

Schaffer H.R., Epizody wspólnego zaangażowania jako kontekst rozwoju poznawczego, [w:] Dziecko w świecie ludzi i przedmiotów, red. A. Brzezińska, G. Lutomski, Poznań 1994.

Thom R., Matematyka „nowoczesna" – pomyłka pedagogiczna i filozoficzna?, „Wiadomości matematyczne", XVIII, 1974.

Żytko M., Program edukacyjny „Gramy w piktogramy" – pomysł na wspieranie edukacji matematycznej dzieci i jego wykorzystanie w praktyce szkolnej, „Problemy Wczesnej Edukacji" 2014, nr 1(24).

Agnieszka Nowak-Łojewska

doktor habilitowany nauk humanistycznych, profesor Uniwersytetu Gdańskiego, Zakad Badań nad Dzieciństwem i Szkołą. Specjalizuje się w zakresie pedagogiki wczesnoszkolnej. Zainteresowania badawcze koncentrują się wokół edukacji dziecka w wieku wczesnoszkolnym, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki uprawianych w szkole teorii wiedzy i dziecięcego konstruowania świata. Autorka kilku książek poświęconych edukacji młodszych uczniów.

Dojrzałość dzieci do uczenia się matematyki jako wyraz dbałości o przyszłe efekty

Michalina Nazarenko

Jednym z ważniejszych zadań wychowania przedszkolnego jest zapewnienie dziecku sukcesów w nauce w szkolnej, więc treści wybierane przez nauczyciela powinny być tak dobrze dobrane, aby uchroniło je to przed niepowodzeniami na dalszym etapie edukacji. Dojrzałość szkolna to nic innego jak osiągniecie przez dziecko odpowiedniego stopnia rozwoju fizycznego, intelektualnego oraz społeczno-emocjonalnego. Według Stefana Szumana osiągniecie przez dziecko owych stopni rozwoju ma uczynić je wrażliwym i podatnym na wychowanie oraz systematyczne nauczanie w szkole[1].

Dojrzałości intelektualna jest ściśle związana z właściwym rozwojem myślenia, spostrzegania, pamięci, uwagi oraz rozwojem mowy. Spostrzeganie u dziecka, około szóstego roku życia, ma charakter mimowolny. Przyciąga je wszystko to, co jest jaskrawe, głośne, duże albo ma odzwierciedlenie emocjonalne w dziecku. W tym okresie najważniejsze jest rozwijanie spostrzegania wzrokowego i słuchowego, jest to potrzebne do rozpoczęcia nauki czytania. Myślenie w tym okresie ma charakter konkretno-obrazowy, ale u dziecka zaczyna się kształtować także myślenie słowno-pojęciowe. Oznacza to, że coraz częściej słowa oraz pojęcia (jako odbicie istotnych cech danej klasy zjawisk, przedmiotów itp.) stają się narzędziem myślenia, działania i rozwiązywania zadań oraz problemów. Przejście między etapami jest płynne. „Myślenie staje się więc procesem uogólnianego i pośredniego poznania rzeczywistości, w którym są odzwierciedlane najbardziej uogólnione i charakterystyczne cechy przedmiotów i zjawisk oraz wykrywane związki i zależności między nimi"[2]. Płynność przechodzenia z jednego etapu do drugiego, oznacza, że w tym samym czasie mogą pojawiać się zarówno sposoby myślenia charakterystyczne dla myślenia konkretno-obrazowego, jak i słowno-pojęciowego.

Rozwijanie dziecięcego myślenia jest istotnym celem pracy nauczycieli zarówno w przedszkolu, jak i w szkole. W przedszkolu praca nad myśleniem dziecka odwołuje się jeszcze częściej do materiału obrazkowego, w szkole obok niego stopniowo pojawiają się słowa i symbole. Jednak i w jednym i w drugim przypadku chodzi o te same operacje składające się na myślenie. Zaliczamy do nich:

- analizę i syntezę,
- porządkowanie, porównywanie i klasyfikowanie,
- uogólnianie, wnioskowanie i abstrahowanie.

Dziecko w tym wieku może mieć jeszcze problem z przeprowadzaniem niektórych wymienionych operacji myślowych, szczególnie, gdy używany materiał ma charakter symboliczny, a czasem nawet obrazkowy (ikoniczny). Dziecko przygotowujące się do pójścia do szkoły powinno:

- wyodrębniać istotne właściwości przedmiotów, manipulując nimi,
- dostrzegać podobieństwa i różnice,
- próbować dokonywać uogólnienia,
- ujmować w słowa wykonywane operacje.

Pamięć ma charakter konkretno-obrazowy i podobnie jak przy rozwoju myślenia, kształtuje się pamięć słowna. Pamięć u dziecka w tym okresie jest nietrwała, mało pojemna (jeśli nie jest wzmacniana gestem, obrazkiem, polisensoryką) i niedokładna. Wraz z czasem, u dziecka zaczyna się kształtować pamięć dowolna. Pojawia się także chęć zapamiętywania i przypominania, jednocześnie zwiększa się pojemność, szybkość pamięci oraz trwałość zapamiętywania. Warto jednak mieć na uwadze, iż pamięć dziecka na początku szóstego roku życia ma wciąż charakter mimowolny, niedokładny. Ważnym zadaniem nauczyciela jest, przez zastosowanie odpowiednio dobranych zadań i materiałów, przekształcanie pamięci mimowolnej w dowolną (kierowana wolą).

Mówiąc o dojrzałości do uczenia się można wskazać różne jej obszary. Dla wykonywania zadań szkolnych i podejmowania uczenia się ważne są: dojrzałość intelektualna oraz emocjonalno-społeczna. Dziecko wykazujące dojrzałość intelektualną charakteryzuje się:

1 W. Brejnak, Czy Twój przedszkolak dojrzał do nauki?, Warszawa 2006, Wydawnictwo Lekarskie PZWL, s. 22.
2 Ibidem, s. 35.

- aktywnością poznawczą,
- chęcią do nauki,
- zainteresowaniem pisaniem i czytaniem,
- dobrą orientacją o najbliższym otoczeniu i środowisku,
- dobrym zasobem doświadczeń i wyobrażeń.

Dojrzałe do podjęcia zadań szkolnych dziecko potrafi także:

- wysłuchać tego, co ma mu do przekazania nauczyciel,
- zrozumieć i spełniać polecenia wskazane przez nauczyciela,
- wypowiadać się w sposób swobodny i zrozumiały dla innych,
- wyciągać wnioski w sytuacji zadaniowej.

Dojrzałość emocjonalno-społeczna jest w dużym stopniu odpowiedzialna za powodzenie dziecka w szkole wliczając w to kontakt z rówieśnikami. Reakcje emocjonalne u dziecka sześcioletniego są nagłe niejednokrotnie gwałtowne, bezpośrednie i często jeszcze nieadekwatne do działającego bodźca. Uczucia u dziecka dopiero zaczynają mieć charakter społeczny. „Obserwujemy początki takich reakcji emocjonalnych, jak współczucie, wdzięczność itp."[3]. Dzieci wyrażają swoje emocje poprzez działanie. Dziecko przejawiające dojrzałość emocjonalną charakteryzuje się:

- samodzielnością przy wykonywaniu zadań,
- motywacją do samodzielnego wykonania zadania,
- łatwością w nawiązywania kontaktów,
- umiejętnością współpracy z kolegami i nauczycielami,
- podporządkowaniem się wymaganiom dyscypliny szkolnej,
- obowiązkowością,
- wytrwałością,
- wrażliwością na opinie nauczyciela.

Potrafi także panować nad swoimi reakcjami emocjonalnymi, a także radzić sobie w trudnych sytuacjach.

Elementy dojrzałości do uczenia się matematyki

Pojęcie „dojrzałość do uczenia się matematyki", zawiera się w definicji - „dojrzałość szkolna". Więc także i w tym przypadku należy wziąć pod uwagę właściwości etapu rozwoju w którym znajduje się dziecko. Jest to proces, dojrzałość nie jest czymś nagłym i samorzutnym, należy ją kształtować.

Do zakresów dojrzałości do uczenia się matematyki zaliczamy:

1. Dziecięce liczenie.
2. Operacyjne rozumowanie na poziomie konkretnym.
3. Zdolność do odrywania się od konkretów i posługiwanie się reprezentacjami symbolicznymi.
4. Dojrzałość emocjonalną.
5. Zdolność do syntezowania oraz integrowania funkcji percepcyjno-motorycznych, która wyraża się sprawnym odwzorowaniu złożonych kształtów, rysowaniu i konstruowaniu[4].

Dziecięce liczenie to jeden ze wskaźników dojrzałości do uczenie się matematyki, zaliczany jako efekt edukacji matematycznej. Według R. Gelmana podstawą dziecięcego liczenia są tzw. intuicje matematyczne. „Dzięki temu już małe dzieci potrafią pojąć sens liczenia i określić wynik dodawania i odejmowania. Są zdolne opanować te umiejętności zanim poznają większy zakres liczebników i nim osiągną poziom operacyjnego rozumowania w zakresie potrzebnym do przyswojenia pojęcia liczby naturalnej"[5]. Od dziecka, które rozpoczyna edukację matematyczną w szkole podstawowej w zakresie dziecięcego liczenia wymaga się:

- Sprawnego liczenia i rozróżniania błędnego od poprawnego, dla którego ważnych jest kilka zasad – wskazywanie każdego liczonego przedmiotu, niezależność kierunku przeliczania, niezależność ułożenia przedmiotów w trakcie przeliczania, niezależności liczenia od cech jakościowych liczonych przedmiotów. Oznacza to, że dzieci muszą zrozumieć, że liczba elementów, które przelicza, nie zależy na przykład od tego, czy liczymy słonie czy mrówki, czy liczymy od prawej do lewej, czy od lewej do prawej, czy przedmioty są rozsunięte, czy blisko siebie.
- Umiejętności wyznaczania wyniku dodawania i odejmowanie w zakresie 10, która dzieci nabywają przez zsuwanie lub odsuwanie przedmiotów, które są sumowane lub odejmowane. Wyznaczanie wyniku jest operacją enaktywną, stanowiąca podstawę przyszłego liczenia jako aktywności formalno-abstrakcyjnej realizowanej na symbolach.

3 W. Brejnak, Czy Twój przedszkolak dojrzał do nauki?, Warszawa 2006, Wydawnictwo Lekarskie PZWL, s. 39.

4 E. Gruszczyk-Kolczyńska, Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1992, WSiP, s. 18.

5 Ibidem, s. 21.

Operacyjne rozumowanie, a konkretnie jego rozwój, pełni bardzo istotną rolę w uczeniu się matematyki i kształtuje się zgodnie z rozwojem człowieka. Psycholodzy - J. Piaget oraz J.S Bruner – zamiast pojęcia „rozumowanie" używają raczej „inteligencja"- inteligencja operacyjna. Inteligencję operacyjną na poziomie konkretnym wyznaczają:

- „uznawanie stałości ilości nieciągłych (zdolność do wnioskowania o równoliczności mimo obserwowanych zmian w układnie elementów porównywanych zbiorów);
- wyznaczanie konsekwentnych serii (zdolność do ujmowania każdego z podporządkowanych elementów jako mniejszego do nieuporządkowanych i jednocześnie jako największego w zbiorze już uporządkowanym)"[6].

Na gotowość dziecka do podjęcia nauki matematyki w szkole podstawowej składa się jeszcze zdolność do odrywania się od konkretów i posługiwanie się reprezentacjami symbolicznym w zakresie:

- „pojęć liczbowych (aspekt językowo-symboliczny);
- działań arytmetycznych (formuła arytmetyczna i jej przekształcenie);
- schematu graficznego (grafy strzałkowe, drzewka, tabele i inne uproszczone rysunki)"[7].

Bardzo dużą rolę w procesie uczenia się pełnią emocje. Pisząc o dojrzałości emocjonalnej nie należy o tym zapominać, iż w dużej mierze efekty kształcenia zależne są od nastawienia dziecka. Dzieci z obniżoną odpornością emocjonalnej bardzo szybko poddają się frustracji i nie rozwiązują zadań co w konsekwencji oznacza „blokadę procesu uczenia się matematyki"[8].

U dzieci, które mają problemy z matematyką, podczas wykonywania zadań matematycznych wyróżniono zachowania tj.:

- negatywne nastawienie do rozwiązywania zadań,
- przedłużanie części organizacyjnej lekcji,
- zrezygnowanie i napięcie,
- naśladowanie czynności sąsiada z ławki (przepisywanie),
- bardzo wolne przepisywanie treści zadania z tablicy w nadziei, że rozwiążą je inne dzieci,
- niepokój ruchowy podczas wykonywania zadania,
- wymuszanie pomocy od innych dzieci,
- nie podejmowanie żadnej aktywności związanej z zadaniem[9].

Dla dzieci niedojrzałych emocjonalnie wykonywanie zadań jest źródłem nieustanych frustracji, utratę wiary we własne możliwości a co za tym idzie obniżenie własnej samooceny. Tacy uczniowie zazwyczaj obawiają się ośmieszenia przed rówieśnikami, a także konsekwencji, które spotkają ich w domu jeśli otrzymają złą ocenę. Dojrzałość emocjonalna u dziecka powinna wyrażać się w:

- „pozytywnym nastawieniu do samodzielnego rozwiązywania zadań;
- odporność emocjonalna na sytuacje trudne intelektualnie (zdolność do kierowania swym zachowaniem w sposób racjonalny mimo przeżywanych napięć)"[10].

Uważam, że warto zwrócić szczególną uwagę na aspekt związany z emocjami i motywacją. Być może dla niektórych osób, szczególnie tych, którzy nie mają żadnych doświadczeń związanych z pracą z dziećmi, ten aspekt nie wydaje się być tak bardzo ważny jak pozostałe, lecz z powyższego tekstu wynika, jakie są konsekwencje jego zaniedbania. Myślę, że w edukacji naszych podopiecznych powinniśmy zwrócić większą uwagę na kwestię radzenia sobie z trudnościami i wynikającymi z tego napięciami, a nie skupiać się wyłącznie na realizowaniu programu. Postarajmy się zatem o tworzenie, wywoływanie sytuacji, w których dziecko będzie miało szansę pogłębiać swoją odporność emocjonalną. W ciągu swojego życia dziecko będzie napotykało na różnorakie przeszkody, dajmy mu więc szansę zdobywania doświadczenia w ich pokonywaniu. Nauczajmy dzieci tak, jak sami chcielibyśmy być nauczani. ■

Bibliografia:

Brejnak W., Czy Twój przedszkolak dojrzał do nauki?, Warszawa 2006, Wydawnictwo Lekarskie PZWL.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1992, WSiP.

6 Ibidem, s. 18.
7 Ibidem, s. 18.
8 Ibidem, s. 102.
9 Ibidem, s. 106-107.
10 Ibidem, s. 18.

Michalnia Nazarenko

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.

Monografia liczy, czyli w jaki sposób wprowadzać pojęcia liczbowe i ich zapis

Weronika Wurst

Celem artykułu jest pogłębienie wiedzy zarówno teoretycznej, jak i praktycznej, dotyczącej wprowadzania liczb w zakresie 1-10. Z uwagi na to, że jest to bardzo ważne i niezwykle istotne zagadnienie, które stanowi podstawę matematyki – przestawię i scharakteryzuję poszczególne etapy wprowadzania liczb oraz zwrócę uwagę na to, w jaki sposób i przy pomocy jakich środków powinno się to odbywać. Następnie po omówieniu części teoretycznej, na końcu artykułu zamieszczę przykładowy konspekt zajęć, dotyczący wprowadzania liczb 1 oraz 2, który został stworzony na potrzeby tej pracy. Będzie on zawierał wszystkie wcześniej wymienione i opisane przeze mnie elementy oraz przykładowe zadania, które oczywiście można dowolnie modyfikować, w zależności od tego, z jakimi liczbami chcemy zapoznać uczniów.

Kształtowanie pojęcia liczby naturalnej należy do najbardziej podstawowych zadań uczniów, którzy uczęszczają do klasy I szkoły podstawowej. Bez tej umiejętności, nie będą w stanie dalej kontynuować nauki, ponieważ nie wykonają żadnego działania na liczbach. Jednak nauka liczb, ma swój początek znacznie szybciej niż odbywa się to w szkole, ponieważ już w przedszkolu dzieci rozpoczynają kształtowanie umiejętności liczenia w zakresie 1-10. Z czasem potrafią rozpoznać, które zbiory mają więcej elementów, odliczyć do 10, a często zdarza się, że znają również większe liczby. Natomiast na tym etapie nie są to dla nich jeszcze pojęcia abstrakcyjne, nie potrafią ich sobie wyobrazić, a odnoszą je do konkretnych realizacji. „Dzieci klas początkowych wiążą jej pojęcie z konkretami, dlatego fakt, że dziecko liczy nie musi oznaczać, że rozumie pojęcie liczby"[1]. Stąd tak ważne, by podczas wprowadzania pierwszej dziesiątki cyfr, posługiwać się syntezą wszystkich jej aspektów – kardynalnym, porządkowym i miarowym, a także wykonywaniem działań algebraicznych[2].

Aspekt kardynalny wyrażany jest przez określanie liczby elementów w zbiorze. Odpowiadają mu liczebniki główne, które przedstawiają ilość elementów, np. 5 samochodów, 4 lalki itp. Wyznaczamy go pytaniem „ile?", a zadaniem uczniów jest przeliczenie liczby elementów, czyli „określenie mocy danego zbioru"[3]. Kolejny aspekt – porządkowy, wyrażany przez określenie, który z kolei element poddawany

Źródło: www.pixabay.com

1 S. Sokołowski, Treści podstawowe matematyki kl. I-III [w:] Nauczanie początkowe zeszyt nr 23. Matematyka kl. I-III, red. S. Sokołowski, Zielona Góra 1993, Wyd. Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli Zielona Góra, s. 20.

2 E. Stucki, Nauczanie matematyki w klasach niższych. Cz I, Bydgoszcz 1998, Wyd. Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Bydgoszczy, s. 129.

3 R. Więckowski, Pedagogika wczesnoszkolna, Warszawa 1993, Wyd. WSiP, s. 140.

jest analizie, które miejsce zajmuje w ciągu liczbowym oraz jaki ma związek z sąsiednimi liczbami. Odpowiadają mu liczebniki porządkowe, o które pytamy „który z kolei?", np. trzeci klocek, druga książka itp. Dzieci w tym przypadku muszą określić, w jakim miejscu wśród innych elementów znajduje się jeden konkretny i umieć powiedzieć co różni go od elementów, które znajdują się przed nim i za nim — tutaj bardzo przydatna będzie oś liczbowa. Innym aspektem jest aspekt miarowy, wyrażany wielkościami ciągłymi, które określają ile razy w danej wielkości mieści się wielkość jednostkowa. Możemy ukazać to na osi liczbowej, ale także mierząc długości, wagę, pojemność czy czas. Dzieci muszą określić ile razy w danej liczbie zmieści się jednostka, np. ile razy w 7 kilogramach zmieści się 1 kilogram, ile razy w 4 metrach zmieści się 1 metr, ile razy w 3 litrach zmieści się 1 litr itp. Ostatni w kolejności — aspekt algebraiczny, który stanowi zwieńczenie wszystkich poprzednich, wyrażany jest najpierw rozkładem liczb na dwa lub więcej składników, a następnie ich składem oraz operowaniem nimi w działaniach[4]. Dziecko musi poznać, w jaki sposób powstaje liczba i jak może ją otrzymać[5]. Dostrzega tutaj, że składa się z mniejszych liczb i że te liczby mogą być różne, np. trzy to dwa i jeden lub jeden, jeden i jeden. Ten ostatni aspekt prowadzi bezpośrednio do rozwiązywania zadań i działań na liczbach, jednak musi być poprzedzony kolejno wymienionymi etapami, podczas których dzieci odkrywają czym są liczby, by móc z nimi i na nich swobodnie pracować.

Należy również uwzględnić sposoby, w jakie dzieci poznają świat i jak przebiega u nich proces nauki. J. Bruner twierdził, że „w miarę rozwoju dzieci uczą się sposobów reprezentacji powtarzających się w ich otoczeniu prawidłowości, a potem łączenia ich z przeszłością i przyszłością"[6]. Wyróżnia się trzy systemy reprezentacji: enaktywny, ikoniczny oraz symboliczny. Warto zaznaczyć, że występują dokładnie w takiej kolejności, a systemy które pojawiają się później, nie zastępują tych wcześniejszych, lecz je uzupełniają[7]. Reprezentacja enaktywna odnosi się do schematów działania, które powstały w wyniku trafnie dobranych czynności i reakcji, gestów na konkretne zdarzenie, opiera się więc na manipulacji i aktywności ruchowej. Reprezentacja ikoniczna odnosi się do doświadczeń, które są prezentowane za pomocą obrazów czy rysunków, bardzo ważną rolę odgrywają tu spostrzeżenia wzrokowe, którym podporządkowane są czynności wykonywane przez dziecko. Natomiast reprezentacja symboliczna ma odzwierciedlenie w słowach lub symbolach, które określają pewien sens zdarzeń, niezbędne do jej osiągnięcia, jest więc opanowanie i rozwój mowy. Dzięki znajomości tych reprezentacji można łatwo wyciągnąć wnioski, że wszelkie nazwy i symbole mogą pojawić się dopiero wtedy, gdy dziecko będzie w stanie zrozumieć czym są i co oznaczają[8].

Jednak zanim przystąpi się do kształtowania pojęcia liczby, należy przeprowadzić szereg czynności przygotowawczych — mam tutaj na myśli umiejętność klasyfikacji oraz ćwiczenia w działaniach na zbiorach. Jest to potrzebne do tego, by uczniowie zrozumieli, że nie wielkość, kształt czy kolor decydują o liczebności zbioru, ale ilość jego elementów. Dzięki wykonywaniu konkretnych czynności, polegających na działaniu, dzieci dokonują wielu wartościowych odkryć, takich jak to, że mimo zmiany wyglądu elementów zbioru, zachowuje się jego liczebność[9]. Oprócz tego należy zastosować porównywanie zbiorów przez łączenie w pary przedmiotów, z których się składają lub ich przeliczanie, a także szacunkowe określanie liczebności zbioru. Ważnym ćwiczeniem będzie również porównywanie wielkości konkretnych rzeczy i szeregowanie ich w kolejności malejącej lub rosnącej. „Dziecko w toku bezpośredniego doświadczenia postrzega w otoczeniu stosunki ilościowe określonych przedmiotów i ich wzajemne relacje"[10]. Poprzez takie ćwiczenia, uczniowie dużo szybciej opanują i ukształtują pojęcie liczb oraz łatwiej im będzie się nimi posługiwać, a tym samym zrozumieć ich znaczenie.

Aby podsumować dotychczasowe rozważania na temat opracowania kolejnych liczb, posłużę się etapami, które wymienił i chronologicznie uporządkował E. Stucki, w swojej książce pt. „Nauczanie matema-

4 E. Stucki, Nauczanie matematyki w klasach niższych. Cz I, Bydgoszcz 1998, Wyd. Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Bydgoszczy, s. 130.

5 S. Sokołowski, Treści podstawowe matematyki kl. I-III [w:] Nauczanie początkowe zeszyt nr 23. Matematyka kl. I-III, red. S. Sokołowski, Zielona Góra 1993, Wyd. Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli Zielona Góra, s. 21.

6 E. Gruszczyk-Kolczyńska, Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1997, Wyd. WSiP, s. 83.

7 J. S. Bruner, Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978, Wyd. PWN, s. 523.

8 M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć!, Warszawa 2009, Wyd. CKE, s. 11.

9 A. Szemińska, Rozwój pojęć matematycznych u dziecka [w:] Nauczanie początkowe matematyki. Tom 1, red. Z. Semadeni, Warszawa 1991, Wyd. WSiP, s. 160.

10 R. Więckowski, Pedagogika wczesnoszkolna, Warszawa 1993, Wyd. WSiP, s. 135.

tyki w klasach niższych" (cz. I). Jest to bardzo dobry schemat postępowania, którym można a nawet powinno się posługiwać, by osiągnąć oczekiwane efekty. Pozwolę sobie je wymienić, a także scharakteryzować, dodając do każdego z nich krótki komentarz (pomijając aspekty liczb, które opisałam wcześniej). Etapy przedstawione są następująco:

1. Powstanie danej liczby poprzez powiększenie poznanej wcześniej liczby o jeden – polega to na doliczaniu i odliczaniu jedności. Jeżeli na ostatnich zajęciach dzieci poznały liczbę 4 – wówczas należy przygotować 4 elementy, poprosić dzieci o ich przeliczenie, a następnie dodać jeden element i zapytać czy teraz jest ich więcej i o ile.
2. Wyodrębnianie zbiorów o określonej liczbie elementów, dostrzeganie liczby jako wspólnej cechy zbiorów równolicznych określającej moc zbioru. Mamy tutaj do czynienia z aspektem kardynalnym liczby.
3. Określenie miejsca liczby w ciągu liczbowym, jej związku z liczbami sąsiednimi i poznawanie własności porządku w zbiorze liczb naturalnych – aspekt porządkowy (ordynarny).
4. Określenie ile razy w rozpoznawanej wielkości mieści się wielkość jednostkowa – odnosi się to do aspektu miarowego.
5. Pisanie cyfr jako znaku graficznego danej liczby. Ten etap polega na zaprezentowaniu wyglądu danej cyfry i pokazaniu, w jaki sposób się ją zapisuje, jak rozdzielić jej poszczególne elementy w kratkach (w zeszycie) oraz ćwiczenie jej zapisu. Najlepszym rozwiązaniem będzie przygotowanie dużego wzoru (na tablicy lub na dużym formacie kartki) wraz z zaznaczonym początkiem kreślenia cyfry i strzałkami, które określają kierunek jej pisania. Można przygotować mniejsze karty, po których uczniowie będą wodzić palcem, następnie mogą to robić na ławce, w powietrzu, na plecach kolegi/koleżanki. Kolejnym etapem jest zapisywanie cyfr, na początku na tablicy, później w ćwiczeniach, a na końcu w zeszycie.
6. Rozkład liczby na dwa lub dowolną liczbę składników – liczba w aspekcie algebraicznym.
7. Zastosowanie liczby w praktyce, czyli w życiu codziennym oraz w rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Na zakończenie artykułu przygotowałam konspekty zajęć odnoszące się do wprowadzania liczb z zakresu 1-10, zostały one skonstruowane na podstawie zaprezentowanej przeze mnie części teoretycznej. Pierwszy konspekt odnosi się do cyfry 1 i stanowi rozpoczęcie całego cyklu liczb naturalnych, jest fundamentem każdej kolejnej cyfry i jej nieodłącznym elementem. Ten konspekt pozwoli rozpocząć pracę związaną z monografią liczb. Natomiast drugi konspekt, wprowadzający cyfrę 2, pokazuje zależność między wprowadzoną wcześniej cyfrą i tym, w jaki sposób należy odnieść się do poprzednich zajęć, by móc skutecznie zaprezentować nową, nieznaną cyfrę i płynnie przejść od poznania jednej do drugiej. Można go potraktować jako schemat postępowania przy wprowadzaniu kolejnych liczb, ponieważ jest bardzo uniwersalny. W zależności od potrzeby, można go zastąpić innymi wielkościami i pracować po kolei z każdą cyfrą.

Monografia liczby 1

Cele ogólne: zapoznanie z cyfrą 1 i jej wyglądem, poznanie jej w aspekcie kardynalnym, porządkowym i miarowym oraz rozwijanie myślenia matematycznego.

Cele szczegółowe: uczeń używa pojęcia „jeden", tworzy zbiory jednoelementowe, potrafi napisać cyfrę 1, umie określić położenie przedmiotów za pomocą liczebnika porządkowego „pierwszy", mierzy w zakresie 1.

Metody pracy: podające, problemowe, praktyczne.

Formy pracy: zbiorowa, grupowa, indywidualna.

Środki dydaktyczne: zestawy kolorowych kartoników i sznureczków, zestawy do pomiaru długości, karty pracy (tyle ilu jest uczniów), schemat z cyfrą 1 i kierunkiem jej kreślenia w formacie A4, butelka o pojemności 1litra, miarka kuchenna o min. zakresie 1000 ml, lejek.

Dzieci nie poznały wcześniej żadnej liczby, dlatego nie odwołujemy się do ostatnich zajęć, a krótko przedstawiamy uczniom co jest tematem zajęć i na czym one będą polegały. Należy przybliżyć pojęcie liczby 1 i pokazać na czym polega jej wartość.

PRZEBIEG ZAJĘĆ

1. Zajęcia zaczynamy od poznania nowej liczby poprzez jej wywołanie - reprezentacja ikoniczna

Rysujemy na tablicy zbiór z jednym elementem i pytamy dzieci ile elementów jest w środku, zaznaczamy że to właśnie oznacza liczbę jeden. Można również narysować obok zbiór z wieloma elementami i na

zasadzie różnicy ilościowej (bez przeliczania większego zbioru) pokazać dzieciom, że tutaj jest jeden element, a tam wiele, czyli więcej niż jeden.

Następnie pytamy dzieci, czy zauważyły rzeczy w klasie, których liczba odpowiada 1 oraz które przedmioty są pojedyncze, a których jest więcej niż jeden.

2. Liczba w aspekcie kardynalnym

Rozdajemy dzieciom pętle i kolorowe karteczki (po jednym zestawie na ławkę). Niektóre kolory występują tylko na pojedynczych karteczkach, a inne powtarzają się na kilku. Zadaniem uczniów jest stworzyć zbiory (za pomocą pętli); na podstawie kolorów i wskazać te, które zawierają tylko jeden element (reprezentacja enaktywna). Pytamy dzieci, jakie kolory są pojedyncze, a których jest więcej.

Kolejnym etapem, jest dostrzeżenie równoliczności zbiorów. Pytamy dzieci, czy zauważyły jakieś podobieństwa w tych zbiorach, które zawierają jeden element. Po uzyskaniu odpowiedzi, tłumaczymy że to właśnie oznacza równoliczność zbiorów. Dla utrwalenia wiedzy, rysujemy na tablicy dwa jednoelementowe zbiory i pytamy dzieci, czy są równoliczne. Uczeń może podejść do tablicy i połączyć kreską elementy w zbiorach, by sprawdzić czy zawierają ich tyle samo i czy żaden element nie został bez pary (reprezentacja ikoniczna).

3. Liczba w aspekcie porządkowym

Wywołujemy na środek sali kilku uczniów i ustawiamy ich w szeregu przodem do klasy. Pytamy dzieci, które dziecko stoi pierwsze patrząc od prawej strony, a które patrząc od lewej strony (reprezentacja enaktywna).

Można również ułożyć w szeregu przykładowe przybory na ławce tak, aby każde dziecko je widziało, np. linijkę, ołówek, długopis, gumkę oraz temperówkę i zapytać, jakie miejsce w szeregu ma linijka, później można pomieszać przedmioty i zapytać, co teraz jest pierwsze (reprezentacja enaktywna).

Następnie rysujemy na tablicy szereg owoców np. jabłko, gruszkę, śliwkę, banana i winogrono. Pytamy dzieci, które z kolei jest jabłko. Zmazujemy jabłko i pytamy, co teraz jest pierwsze w szeregu (reprezentacja ikoniczna).

4. Liczba w aspekcie miarowym

Rozdajemy uczniom (jeden zestaw na ławkę); jednakowej długości sznureczek i pasek kartki. Prosimy, by zmierzyli ile razy na długości sznureczka zmieści się paseczek (reprezentacja enaktywna).

Przygotowujemy pojemnik z miarką, który pomieści l litr wody oraz butelkę o tej samej pojemności. Napełniamy miarkę litrem wody, przelewamy ciecz przy pomocy lejka i sprawdzamy z dziećmi ile razy litr wody zmieści się w butelce.

W reprezentacji symbolicznej możemy dzieci zapoznać z osią liczbową, którą rysujemy na tablicy. Wyznaczamy ucznia, aby podszedł i zaznaczył miejsce liczby 1 na osi.

5. Nauka pisania cyfry — reprezentacja symboliczna

Na schemacie, który od początku lekcji wisi na tablicy, pokazujemy dzieciom, jak wygląda cyfra 1, w tym miejscy możemy zapytać co ta cyfra przypomina z wyglądu i z czym im się kojarzy. Następnie przedstawiamy schemat jej kreślenia i piszemy ją jeszcze raz na tablicy omawiając poszczególne etapy.

Każde dziecko najpierw rysuje cyfrę w powietrzu, później palcem na ławce, na plecach kolegi/koleżanki, a następnie uczniowie po kolei podchodzą do tablicy i wodzą palcem po śladach na schemacie oraz kreślą liczbę kredą.

Nauczyciel dla utrwalenia zapisu cyfry, rozdaje każdemu uczniowi kartę pracy. Dodatkowo na koniec zajęć, może każdemu dziecku napisać cyfrę 1 w zeszycie, a uczniowie w ramach zadania domowego muszą powtórzyć jej pisanie na długości całej linijki.

6. Aspekt algebraiczny liczby

Tutaj zostanie pominięty, ponieważ dziecko nie jest w stanie rozłożyć tej liczby na więcej składników, ani operować nią w działaniach.

Monografia liczby 2

Cele ogólne: zapoznanie z cyfrą 2 i jej wyglądem, poznanie jej w aspekcie kardynalnym, porządkowym, miarowym i algebraicznym oraz rozwijanie myślenia matematycznego.

Cele szczegółowe: uczeń używa pojęcia „dwa", liczy w zakresie 2, tworzy zbiory dwuelementowe i przelicza je, potrafi napisać cyfrę 2, umie określić położenie przedmiotów za pomocą liczebnika porządkowego „drugi", mierzy, waży w zakresie 2.

Metody pracy: podające, problemowe, praktyczne.

Formy pracy: zbiorowa, grupowa, indywidualna.

Środki dydaktyczne: zestaw kartoników z figurami geometrycznymi i sznureczków, zestaw do pomiaru

długości, karty pracy (tyle ile jest uczniów), schemat z cyfrą 2 i kierunkiem jej kreślenia w formacie A4, zegar, waga kuchenna, kilogramowe woreczki x2.

Wprowadzenie cyfr 1 i 2 może obejmować jedne zajęcia, dlatego aby pokazać różne możliwości ćwiczeń i przykładów, nie będę powtarzać tych samych sposobów, które wykorzystałam przy cyfrze 1, a zaproponuję nowe (główną różnicę będzie widać przy aspekcie miarowym, przy którym zastosuję inne pomiary).

PRZEBIEG ZAJĘĆ

Ważne, żeby uświadomić uczniom, że liczba 2 to nic innego jak para i odwołać się do przykładów z dnia codziennego.

1. Zajęcia rozpoczynamy od wywołania nowej liczby - reprezentacja ikoniczna

Rozpoczynamy zajęcia od rozmowy na temat tego co oznacza pojęcie „para" i prosimy o przykłady. Bawimy się z dziećmi w szukanie dwóch takich samych elementów w klasie. Zadajemy konkretne pytania do wybranych dzieci: ile mają rąk, nóg, ile nosi się skarpetek, ile rękawiczek, ile butów itp.(reprezentacja enaktywna)

Następnie na tablicy rysujemy dwa zbiory jednoelementowe, sprawdzamy z dziećmi czy są równoliczne i pytamy ile mają elementów. Następnie do jednego zbioru dorysowujemy dodatkowy element i prosimy ucznia, aby sprawdził, czy teraz zbiory również mają tyle samo elementów. Dziecko łączy je w pary za pomocą kreski, ale zauważa że jeden element nie ma pary. Pytamy dzieci co to oznacza i który zbiór jest większy. W ten sposób wywołujemy liczbę 2 i liczymy z dziećmi ilość elementów w większym zbiorze. Można również poprosić o stworzenie równolicznych zbiorów, wtedy uczeń musi dorysować jeden element i stworzyć kolejną parę.

2. Liczba w aspekcie kardynalnym - reprezentacja enaktywna

Nauczyciel rozdaje dzieciom zestaw figur geometrycznych i sznureczek (po jednym na ławkę): koła, kwadraty, prostokąty, trójkąty i prosi o stworzenie zbiorów na podstawie ich kształtu. Następnie uczniowie mają wskazać te zbiory, których ilość elementów to 2, których 1 oraz gdzie znajduje się więcej niż 2 elementy. Można również zapytać dzieci, co się stanie gdy do zbiorów jednoelementowych dodamy jeszcze 1. Uczniowie dodatkowo muszą wskazać zbiory równoliczne.

3. Liczba w aspekcie porządkowym

Rozkładamy na ławce kolorowe kredki np. żółtą, pomarańczową, różową, niebieską, zieloną, brązową i czarną. Pytamy dzieci, która kredka z kolei jest pomarańczowa, a która żółta. Zamieniamy kolejność kredek i pytamy, która jest druga od prawej, która pierwsza od lewej (reprezentacja enaktywna).

Prosimy dzieci, żeby wstały i spojrzały na swoje buty, pytamy ile ich jest oraz który but stoi z prawej, a który z lewej strony. Następnie prosimy, żeby wskazały drugi but od lewej i drugi but od prawej strony.

Rysujemy na tablicy szereg obrazków, zadajemy pytania dzieciom co znajduje się na drugim miejscu od lewej/ od prawej strony. Zmieniamy układ szeregu i ponownie zadajemy pytania (reprezentacja ikoniczna).

4. Liczba w aspekcie miarowym

Rozdajemy dzieciom (po jednym na ławkę) sznurek i np. 3 jednakowej długości paseczki z papieru (żeby jeden się nie zmieścił). Dzieci mają sprawdzić ile paseczków zmieści się w długości sznureczka (reprezentacja enaktywna).

Zabawa z zegarem. Sprawdzamy razem z klasą ile razy duża wskazówka wykona pełny obrót, żeby godzina z 12:00 zmieniła się na 14:00.

Ważenie. Przygotowujemy wcześniej woreczki np. z ryżem, piaskiem, mąką czy kasztanami tak, by każdy worek ważył 1kg. Prosimy uczniów o podejście do przodu i najpierw ważymy jeden woreczek, żeby pokazać im ile ma kg, następnie pytamy i sprawdzamy ile trzeba położyć woreczków na wadze, żeby pokazała 2kg. Rozmawiamy z uczniami o różnych miarach i o tym, że wynik mierzenia zależy od użytej miary.

Rysujemy oś liczbową, wyznaczamy ucznia, który ma wskazać ile razy od danego miejsca, trzeba „przeskoczyć" o jeden do przodu, żeby znaleźć się na cyfrze 2 (reprezentacja symboliczna).

5. Nauka pisania cyfry – reprezentacja symboliczna

Na schemacie (który od początku lekcji wisi na tablicy), pokazujemy dzieciom, jak wygląda cyfra 2, pytamy co ta cyfra im przypomina i z czym się kojarzy. Następnie przedstawiamy schemat jej kreślenia i piszemy ją jeszcze raz na tablicy omawiając poszczególne etapy.

Każde dziecko najpierw rysuje cyfrę w powietrzu, później palcem na ławce, na wewnętrznej stronie dłoni, a następnie uczniowie po kolei podchodzą do tablicy i wodzą palcem po śladach na schemacie oraz kreślą liczbę kredą.

Nauczyciel dla utrwalenia zapisu cyfry, rozdaje każdemu uczniowi kartę pracy. Dodatkowo na koniec zajęć, może każdemu dziecku napisać cyfrę 2 w zeszycie, a uczniowie w ramach zadania domowego muszą powtórzyć jej pisanie na długości całej linijki.

6. Liczba w aspekcie algebraicznym – reprezentacja symboliczna

Należy pokazać uczniom z czego składa się liczba 2, że 1+1=2

Pokazujemy dzieciom monetę 2 zł i pytamy, jaki to nominał, a następnie pokazujemy dwie monety o wartości 1 zł i uświadamiamy uczniów, że mają taką samą wartość i że dwie 1zł=2zł.

Można do tego zastosować rysunki na tablicy, narysować np. jabłko, zapytać dzieci ile mamy jabłek, a następnie dorysować drugie i zapytać ile jest teraz, a pod spodem zapisać do działanie jako 1+1=2.

Warto również poprosić dzieci o stworzenie takiego przykładu w zeszycie lub na tablicy.

7. Zastosowanie liczby w praktyce – zadania tekstowe

Nauczyciel czyta zadanie, a następnie pyta dzieci, co trzeba zrobić, co działo się w zadaniu i ile czego było. Uczniowie rozwiązują polecenie i odpowiadają zapisują odpowiedź w zeszytach.

Zad. 1 Mama kupiła na kolację jeden bochenek chleba, ale zapomniała, że wieczorem przychodzą goście, więc poszła do sklepu i kupiła jeszcze jeden bochenek, żeby nikt nie był głodny. Ile bochenków chleba kupiła mama?

Zad. 2 Tomek dostał od mamy 1 zł na drożdżówkę, ale idąc do szkoły spotkał po drodze swoją babcię, która również podarowała mu 1 zł. Ile pieniędzy ma Tomek?

Zad. 3 Basia jest chora i lekarz przepisał jej leki, które musi brać codziennie rano i wieczorem. Ile razy dziennie Basia musi zażywać tabletki?

Jako krótkie podsumowanie artykułu, chciałabym raz jeszcze zaznaczyć, że niezwykle ważne jest umiejętne posługiwanie się wiedzą pedagogiczną i wdrażanie tej wiedzy w sposób, w który prowadzi się zajęcia. Mam tutaj na myśli, rozumienie potrzeb i możliwości dzieci, a także znajomość podstawowych zasad obowiązujących w nauczaniu. Nauczyciel musi pamiętać, że dzieci inaczej poznają świat, że wiele rzeczy jest dla nich zupełnie nowe. Jego zadaniem, jest dostosowanie praktyki nauczycielskiej do poziomu, jaki reprezentują uczniowie. Odnosząc się do tematyki monografii liczb, na pewno będzie do tego należało posługiwanie się syntezą wszystkich aspektów cyfr oraz ćwiczenia w działaniu, a także prowadzenie zajęć zgodnie z zasadą, że „dziecko, ucząc się, tworzy trzy typy reprezentacji opisujących badany i poznawany świat"[11]. Odnoszę się tutaj do reprezentacji enaktywnej, ikonicznej oraz symbolicznej, które zostały opisane w niniejszym artykule. Jeżeli chcemy, aby uczniowie odnosili sukcesy w nauce, musimy zintegrować w sobie wszystko, co dotyczy dzieci (metody, formy, treści, potrzeby itp.), wówczas nauka będzie sprawiała dzieciom przyjemność, a samo nauczanie będzie odnosiło większe rezultaty. Oczywiście to dotyczy każdej nowo poznanej rzeczy, adekwatne jest do każdego przedmiotu i ogólnego procesu nauczania. Warto pamiętać o tych wskazówkach, dzięki którym obie strony, zarówno uczniowie, jak i nauczyciel szybciej odniosą oczekiwane efekty. ■

Bibliografia:

Bruner J. S., Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978, Wyd. PWN.

Dąbrowski M., Pozwólmy dzieciom myśleć!, Warszawa 2009, Wyd. CKE.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1997, Wyd. WSiP.

Sokołowski S., Treści podstawowe matematyki kl. I-III [w:] Nauczanie początkowe zeszyt nr 23. Matematyka kl. I-III, red. S. Sokołowski, Zielona Góra 1993, Wyd. Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli Zielona Góra.

Stucki E., Nauczanie matematyki w klasach niższych. Cz I, Bydgoszcz 1998, Wyd. Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Bydgoszczy.

Szemińska A., Rozwój pojęć matematycznych u dziecka [w:] Nauczanie początkowe matematyki. Tom 1, red. Z. Semadeni, Warszawa 1991, Wyd. WSiP.

Więckowski R., Pedagogika wczesnoszkolna, Warszawa 1993, Wyd. WSiP.

11 M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć!, Warszawa 2009, Wyd. CKE, s. 11.

Weronika Wurst

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.

Rozwijanie myślenia logicznego u dzieci

Joanna Witkowska

Przed nauczycielem klas I-III stoi bardzo trudne wyzwanie, ponieważ to on musi motywować i wspierać swoich wychowanków w samorealizacji i w dążeniu do celu. Dzięki nabywanym stopniowo umiejętnościom planowania swojej pracy, łatwiej jest uczniom też mobilizować się do podejmowania zadań trudnych, złożonych wymagających wysiłku umysłowego. Natomiast rozwijane umiejętności efektywnego uczenia się, mają znaczenie dla osiągania głębszego rozumienia wiedzy, kreatywnego działania i wykorzystywania zdobytych umiejętności w życiu codziennym. Wartością dodaną staje się też postawa otwarta na nowe doświadczenia oraz ciekawość świata.

Każde dziecko jest jednostką indywidualną, opiera się na innych zainteresowaniach, dążeniu do czegoś czy też okazywaniu różnych uczuć. Aby poznać uczniów należy ich obserwować i rozmawiać z nimi. Nauczyciel, aby efektywnie pracować z uczniami powinien także sam zadbać o ćwiczenie własnego logicznego myślenia.

Myślenie logiczne i zabawy pomagające w jego rozwijaniu

Logiczne myślenie inaczej rozumowanie, jest to zdolność do integrowania informacji z różnych dziedzin, dzięki której możemy zrozumieć sens wypowiedzi, rozumiemy czytane książki, a także potrafimy z przedstawionych przesłanek, wywnioskować prawdziwe stwierdzenie[1].

Pojęcie logika pochodzi od starogreckiego słowa „logos", które oznacza „myślenie". Podstawą prawidłowego myślenia jest treść myśli i konkretna wiedza. Logika podnosi kulturę naszego myślenia, pomaga w porządkowaniu własnych myśli i unikaniu błędów, a przez to ułatwia przyswojenie nowych wiadomości.

Dzięki logicznemu myśleniu:

- lepiej radzimy sobie z nauką,
- efektywniej pracujemy,
- unikamy porażek i błędów,
- zaczniemy trafniej odróżniać przyczyny od skutków,
- reagujemy na nowe problemy ze spokojem i rozwagą,
- żyjemy uważniej czerpiąc z życia satysfakcję[2].

Rozwijaniu logicznego myślenia sprzyja matematyka. Dziecko uzdolnione logiczno-matematycznie interesuje się liczbami. Uwielbia układać puzzle, rozwiązywać zadania rachunkowe oraz zagadki. Z łatwością operuje skrótami matematycznymi. Ma świetną pamięć do liczb i wzorów. Rysuje schematycznie i mechanicznie. Doskonale potrafi zauważyć związki pomiędzy obiektami. Często zadaje pytania[3].

Myślenie matematyczne to „zespół podejmowanych samodzielnie czynności umysłowych polegających na rozwiązywaniu zadań i innych problemów matematycznych oraz na poszukiwaniu tych problemów"[4]. Związane jest to z logiczną analizą trudnych treści matematycznych, świadomym własnym wyborze, a także na dostrzeganiu nowych relacji matematycznych[5].

Zdolności matematyczne u dzieci rozwijane są przez wiele lat i aby było to możliwe, ważne są ćwiczenia praktyczne, szczególnie w fazie początkowej. Najmłodsi nie opanują nawet najprostszej czynności – liczenia, jeśli nie będą mogli używać zmysłu dotyku. Dlatego najlepsze efekty przynosi nauka poprzez manipulowanie przedmiotami. Takie rozwijanie zdolności będzie efektywne, a przy okazji nauka stanie się zabawą.

1 https://www.neurogra.pl/trening-mozgu/logika/dlaczego-warto-trenowac, 25.11.2017, godz. 20.05.

2 http://www.dlamozgu.pl/logika także, https://www.neurogra.pl/trening-mozgu/logika/dlaczego-warto-trenowac, 25.11.2017, godz. 20.05.

3 Por. H. Gardner, Inteligencje wielorakie. Nowe horyzonty w teorii i praktyce, Warszawa 2009, Wyd. Laurum.

4 D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2014, Wyd. Akademickie „ŻAK".

5 Ibidem.

Poniżej przedstawiam wybrane zabawy rozwijające zdolności logiczno-matematyczne u dzieci w wieku przedszkolnym.

1. Gra karciana

Walory edukacyjne: Pomaga w szybkim rozpoznawaniu wartości cyfr.

Opis gry: W talii kart zostaw tylko karty z liczbami. Podziel karty na dwie równe części i przed każdym graczem połóż połowę kart kolorem w dół. Gracze jednocześnie odwracają górną kartą ze swojego zestawu. Wyższa karta wygrywa, ale gracz musi domagać się przyznania mu punktu. Oczywiście dziecku należy dać odpowiednio dużo czasu na określenie, która karta jest wyższa. Można grę utrudnić (powyżej 5 roku życia): gracze odejmują od liczby wyższej — niższą. Wygrywa ten, kto pierwszy poda wynik[6].

2. Zagadki

Walory edukacyjne: Takie zagadki rozwijają logiczne myślenie i wzbogacają słownictwo.

Opis zabawy: Codziennie zadawaj dzieciom logiczną zagadkę. Na przykład: „Co jest białe i mokre z płatkami śniadaniowymi?" albo „Co mruczy, drapie i lubi mleko?" albo „Co mruczy, drapie, ryczy i ma duże kocięta?". Za każdym razem sprawdźcie, czy odpowiedź dziecka spełnia wszystkie podane warunki. W drugiej zagadce odpowiedzią jest kot, ale w trzeciej —lew lub tygrys. Pierwsze zagadki muszą być łatwe. Zachęć dziecko, by wyobraziło sobie, jak wygląda na przykład kot, lew, tygrys i niech poda uzasadnienie swojej odpowiedzi.

3. Planeta

Walory edukacyjne: Umiejętność dostrzegania wspólnych cech i wyciągania wniosków jest kluczem do analitycznego myślenia.

Opis zabawy: Powiedz dzieciom, że jest to gra o nowej planecie, która nazywa się Id. Na tej planecie żyje wiele śmiesznych zwierząt. Żyją tam Oki (narysuj 3 proste zwierzęta z rogami). Ale na planecie Id żyją też inne zwierzęta, nie tylko Oki. Narysuj kolejne 3 proste zwierzęta, ale bez rogów - nie mów, jaka jest różnica między nimi, a Okami. Następnie narysuj kolejne 6 zwierząt (niektóre z rogami, inne bez). Następnie poproś dziecko, by na nowym rysunku wskazało Oki.

4. Myślę o...

Walory edukacyjne: Zachęca dziecko do dociekań, do klasyfikowania przedmiotów i do myślenia.

Opis zabawy: Pomyśl o dowolnej rzeczy i podaj jej definicję: „Myślę o zwierzęciu, które umie skakać i żyje w stawie" (żaba). „Myślę o zwierzęciu, które umie latać, mieszka w jaskiniach i wisi do góry nogami" (nietoperz). Możesz także podać, od jakiej litery zaczyna się dane słowo, np.: „Myślę o słowie, które oznacza zamarznięty deszcz i zaczyna się na literą g" (grad).

5. Drabina

Walory edukacyjne: Im częściej w nauce dziecko używa wszystkich zmysłów, tym szybciej się uczy.

Opis zabawy: Kredą na chodniku narysuj drabinę i opisz ją liczbami od 1 do 10. Poproś dziecko, by stanęło na liczbie 4. Potem podaj inną liczbę. Gdy dziecko przestanie liczyć kroki, powiedz: „Tak, 4 dodać 2 równa się 6, rzuć kostką i powtórz ćwiczenie z dodawaniem lub z odejmowaniem (np. 6 odjąć 1 równa się 5) Można rysować dłuższe drabiny (do 20) lub grać w sali, a drabinę narysować na papierze.

6. Sklep

Walory edukacyjne: Dziecko uczy się podstawowej zasady: małe kwoty można połączyć w większą wartość.

Opis zabawy: Wyjmijcie z pudełka 10 herbatników, ciasteczek lub biszkoptów i pobawcie się w kupowanie. W zabawie każde ciasteczko może kosztować 1 grosz. Daj dziecku pięć monet 1 gr, jedną monetą 5 gr i jedną monetą 10 gr. Zaproponuj, by kupiło 5 ciasteczek - pokaż dziecku, że może „zapłacić" pięcioma monetami groszowymi, albo jedną monetą pięciogroszową. Pokaż, że przy płaceniu monetą o nominale 10 gr dziecko otrzyma resztę.

Inne przykłady zabaw, które mogą sprzyjać myśleniu matematycznemu dziecka i prowadzić do stopniowego odkrywania przez dzieci znaczenia logicznego rozumowania:

Pisz cyfry palcem na plecach dziecka. Zadaniem dziecka jest odgadnięcie napisanej cyfry.

Dodawaj ziarna prażonej kukurydzy — najpierw 2, potem kolejne 2 i następne 2. Na końcu ćwiczenia wszystko zjedzcie.

W ogrodzie szukajcie kwiatka, który ma najwięcej płatków. Możecie też szukać kwiatka najwyższego.

6 K. Lotkowska, C. Rose Zestaw gier i zabaw dla nauczycieli. Edukacja fundamentalna w przedszkolu, 2014, Wyd. Fundacja Instytut Nowoczesnej Edukacji.

Wymyślajcie bajki z liczbami, np.: Wiewiórka zebrała 3 orzechy, potem kolejne 2: ile miała razem? Potem znalazła kolejne 2: ile miała? Potem zjadła 1. Ile zostało? Potem przyszła druga wiewiórka i...

Ustaw minutnik kuchenki mikrofalowej na 10/20/30 sekund i razem odliczajcie do zera.

Stań za dzieckiem i powiedz: „Ty jesteś pierwszy, a ja jestem druga". Stańcie odwrotnie. Powiedz: „Teraz ja jestem pierwsza, a ty jesteś drugi". (Pojęcie pierwszy/drugi nie jest dla dziecka oczywiste).

Materiały logiczne w edukacji matematycznej

W rozwijaniu umiejętności logicznego myślenia duże znaczenie mają materiały logiczne, na przykład patyczki, karty, puzzle. Najczęściej używanymi w klasie pierwszej są klocki logiczne Dienesa - są to plastikowe klocki w kształcie figur geometrycznych. Klocki ułatwiają aktywizację wyobraźni dzieci i umożliwiają naukę na konkretach oraz wizualizację pojęć abstrakcyjnych i obserwację zależności między nimi. Dzięki temu wiedza zdobyta przez dzieci jest bardziej trwała i daje umiejętność praktycznego stosowania. Zbiór klocków logicznych może być wykorzystany do ćwiczeń związanych z klasyfikacją danego zbioru. Ćwiczenia te dobrze służą rozwijaniu logicznego myślenia[7].

Odpowiednią propozycją są także narzędzia myślowe TOC[8], tym razem wykraczające poza samą dziedzinę matematyki, a sięgające do dziedzin społecznych i aktywności dzieci w relacjach z innymi. Ich prosta graficzna forma umożliwia szerokie wykorzystanie. Stosowanie ich rozwija inteligencję emocjonalną, prowadzi do budowania komunikacji społecznej oraz lepszego rozumienia otaczającej rzeczywistości. Narzędzia w programie TOC to:

chmura – służy do analizowania konfliktu. Jedną z korzyści stosowania chmurki jest to, że dziecko będzie potrafiło sprawiedliwie rozwiązać konflikt, nauczy się dostrzegać punkt widzenia innych, będzie podejmować odpowiedzialne decyzje, będzie dostrzegać logiczne rozwiązania.

logiczna gałąź – stosowanie jej pozwala odkrywać i nazwać związki przyczynowo-skutkowe, określać logiczne konsekwencje zdarzeń oraz pomaga nabyć umiejętność przewidywania podjętych decyzji.

drzewko ambitnego celu – wyznacza osiągnięcie wyznaczonego ambitnego celu poprzez tworzenie strategicznego planu. W domu dziecko będzie bardziej odpowiedzialne i będzie lepiej planowało swój dzień[9].

Różne wymiary myślenia matematycznego

Chcąc rozwijać dziecięce logiczne myślenie matematyczne warto zdawać sobie sprawę że mamy do czynienia z różnymi jego wymiarami. D. Klus-Stańska i M. Nowicka wskazują, że w uczeniu się matematyki mamy do czynienia z aspektem technicznym, standardowym i systemowo-twórczym i choć są rozwijane w różnych sytuacjach i przez różne zadania, to ich „złożenie" w umiejętnościach rozwiązywania złożonych problemów dają synergetyczny efekt. W organizowaniu aktywności matematycznej uczniów jednak nie powinna pojawiać się wybiórcza koncentracja na jednym z nich. Każdy z aspektów stanowi bowiem znaczący wymiar myślenia matematycznego.

Aspekt techniczny: w skład tego aspektu wchodzą takie elementy, jak: „znajomość symboli i zapisu matematycznego, opanowanie gotowych algorytmów, sprawność ich wykorzystywania w działaniach[10]. Należy tu spełnić co najmniej trzy wymogi:

a) redukcja czasu – ćwiczenia mechaniczne powinny stanowić jedynie margines czasu poświęconego na opanowanie technik obliczeniowych,
b) problematyzacja kontekstu algorytmu – czyli ćwiczenie w możliwie niestandardowych sytuacjach, np. odgadnij, jakie liczby większe od zera kryją się pod tymi literami: A+A=AxA,
c) warunek przenikania się zagadnień – uczeń powinien mieć stały dostęp do wybranych zadań z różnych działów na jednej lekcji.

Jeśli aspekt techniczny zostanie przerysowany w nauczaniu, może się zdarzyć, że zablokuje lub zniekształci pozostałe aspekty i sprawność w ich zakresie. Myślenie matematyczne będzie rozwijało się, jeśli nie potraktujemy matematyki jako izolowanych technicznych sprawności.

Aspekt standardowy: wyraża się w sprawnej identyfikacji trudności i niezbędnego algorytmu w sytuacjach typowych, ewentualnie jego nieznacznej modyfikacji. Obejmuje też znajomość struktury dla zadań tekstowych, umiejętność analizy i wskazania niewiadomej. Zbyt często jednak rozwijanie tego aspektu traktowane jest jako wystarczające, co nie sprzyja sięganiu

7 H. Moroz, Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym, Warszawa 1982, WSiP.

8 http://www.toc.edu.pl/co-to-jest-toc/narzedzia-toc/25.11.2017, godz. 22.39.

9 http://www.toc.edu.pl/co-to-jest-toc/narzedzia-toc/ 25.11.2017, godz. 22.39.

10 D. Klus-Stańska, M. Nowicka, Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej", Gdańsk 2013, Wyd. Harmonia.

do sytuacji problemowych, zadań otwartych i budowaniu własnych strategii rozwiązań. Inaczej mówiąc może zubażać sytuacje rozwijające elastyczność myślenia.

Aspekt systemowo-twórczy: jest to zdolność do poszukiwania i tworzenia własnych strategii rozwiązań. Chodzi głównie o możliwość samodzielnego myślenia, działania matematycznego, radzenia sobie w sytuacjach, gdy nie ma gotowego wzoru, recepty, instrukcji czy algorytmu. W rozwijaniu tego aspektu szczególne znaczenie mają założenia konstruktywizmu i ich stosowanie przez nauczycieli w praktyce.

Ciekawym aspektem nauczania matematyki w klasach I-III są algorytmy, mimo że same są pewną receptą, niezawodnym sposobem postępowania, to mają istotne znaczenie dla pogłębiania rozumowania dzieci. Algorytmem jest na przykład zapisywanie liczb w dziesiątkowym układzie pozycyjnym, prawa matematyczne, czy technika pisemnego dodawania. Sprawne stosowanie algorytmów, oparte o zrozumienie zależności, związków relacji między liczbami lub pojęciami matematycznymi z jednej strony gwarantuje sukces, a z drugiej usprawnia rozwiązywanie problemów i przesuwa zaangażowanie w stronę kreatywności, budowania strategii, traktując techniki obliczeniowe jako narzędzie pracy nad rozwiązaniem złożonych i trudniejszych zadań.

Ciekawymi zadaniami dla uczniów klas I-III służącymi rozwijaniu logicznego myślenia matematycznego są zadania z pułapką, łamigłówki, zagadki logiczne. Trudność w pierwszym przypadku zadań polega na użyciu takiego sformułowania, przy którym pojawia się „sugestia" błędnej odpowiedzi. Wówczas, zadaniem ucznia jest nie dać się złapać. Jak mówią D. Klus-Stańska i A. Kalinowska „wyszukiwanie pułapki jest specyficzną czynnością w zakresie logicznego myślenia. Rozwija krytycyzm i wnikliwość wobec informacji"[11]. W łamigłówkach i zagadkach logicznych chodzi natomiast o nielinearny, niestandardowy sposób myślenia, wykorzystujący odległe skojarzenia.

Poniżej przedstawiam przykłady zadań z różnych zakresów, które obrazują możliwości rozwijania wyżej omówionych aspektów w uczeniu się matematyki.

Zadania[12]:

1) Wstaw w okienka znak działania, aby wynik był prawdziwy: a) 3 ? 2=5 b) 5 ? 3=2 c) 3 ? 2=6
2) Jaka liczba: a) jest mniejsza 2 razy od liczby 8? b) jest mniejsza o 3 razy od liczby 12? c) jest mniejsza 12 razy od liczby 36? Ułóż sam kilka takich pytań i zadaj je innym.
3) Jakie liczby kryją się pod literami? a) BxB=16, b) C+C+C=9, c) 5XE=5.
4) Co to za liczba, której cyfra setek wynosi 5, cyfra dziesiątek jest o 2 mniejsza, a cyfra jedności jest o 5 większa od cyfry dziesiątek?
5) Pewna trzycyfrowa liczba składa się z samych cyfr parzystych, z których każda jest dwa razy większa od poprzedniej. Jaka to liczba?
6) Pomyślałam liczbę dwucyfrową. Dodałam do niej jeden i otrzymałam liczbę trzycyfrową. Jaką liczbę pomyślałam?
7) Ile jest liczb trzycyfrowych można ułożyć z cyfr 3,6, i 0, jeśli cyfry nie moga się powtarzać w jednej liczbie?
8) Załóżmy, że interesują nas tylko te liczby dwucyfrowe, w których cyfra dziesiątek jest dwa razy mniejsza od cyfry jedności. Czy potrafisz odgadnąć, które z poniższych „niepełnych" liczb mogą spełnić ten warunek? []3, []4, []8, []5, []9.
9) Kij ma dwa końce. Ile końców ma trzy i pół kija?
10) Monika mieszka razem z rodzicami, 2 siostrami i 3 braćmi. Ile talerzy musi przygotować do kolacji dla całej rodziny?
11) Jacek ma 3 braci i 2 siostry. Ilu braci i ile sióstr ma jego siostra Agata?
12) Stolarz układał na dwumetrowej ścianie deski boazeryjne o szerokości 10 centymetrów każda. Każda deska jest połączona z drugą spoiną. Ilu spoin użył?
13) Jeden robotnik kopie przez godzinę głęboki dół. Ile czasu potrzebuje 5 robotników na wykopanie 5 takich samych dołów?

Rola nauczyciela w rozwijaniu logicznego myślenia

Ważną rolę odgrywa tutaj dobranie odpowiednich zadań dla ucznia oraz to, w jaki sposób nauczyciel przekazuje treść uczniom. Proces rozwiązywania zadań na lekcji powinien warunkować właściwe rozumowanie ucznia. Nauczyciel musi zachęcić dziecko do samodzielnego działania. Powinnością nauczyciela jest organizowanie takich sytuacji na lekcji, aby zadania były rozwiązywane w sposób elastyczny i wielowariantowy[13].

Bardzo ważnym czynnikiem podczas lekcji jest to, jak nauczyciel panuje nad klasą i jakie ma podej-

11 D. Klus-Stańska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, op. cit.

12 Przykłady zaczerpnięte zostały z książki: D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2014, Wyd. Akademickie „Żak".

13 D. Klus-Stańska i A. Kalinowska, op. cit.

ście do każdego ucznia oraz to, jakie są relacje na linii nauczyciel – klasa. Stosunek uczniów do nauczyciela wyraźnie wpływa także na przebieg lekcji. Na godzinach lubianych nauczycieli wytwarza się klimat bardzo korzystny dla uczenia się, uczniowie są zdyscyplinowani, przejawiają duże zainteresowanie nauką, wielkie skupienie i aktywność, nie nudzą się i cieszą się, że mogą brać aktywny udział w lekcji. Prowadzący lekcje ma również za zadanie uświadomić ucznia, że jest parę możliwości rozwiązania problemu i oznajmić, że nie tylko jedna odpowiedź może być poprawna. Nauczyciel powinien bacznie obserwować panującą atmosferę w klasie i to, jakie postępy robią uczniowie, na jakich etapach rozwiązywania zadania są w danym momencie. Jeśli występują problemy w zadaniu, nauczyciel powinien tylko nakierować dziecko na określony sposób rozumowania zamiast przedstawiać gotowe rozwiązanie.

Podsumowując, nauczyciel odgrywa rolę opiekuna, który pozwala dziecku samodzielnie zmagać się z zadaniem. Podczas nauki logicznego myślenia niezwykle ważnym czynnikiem jest zaangażowanie ucznia w rozwiązywany problem. Zadaniem prowadzącego lekcje jest także zachęcenie dziecka i wprowadzenie do klasy przyjaznej atmosfery. Kolejnym ważnym aspektem są materiały logiczne i to, w jaki sposób je wykorzystujemy. Pomagają one kształtować wyobraźnię u dziecka i przyspieszają naukę, ponieważ dzieci wykorzystują dodatkowe zmysły. Niech dzieci mierzą się z wyborami, niech nawet czasem się pomylą, ale niech próbują, niech używają tyle logicznego myślenia, ile zdołały już się nauczyć. ■

BIBLIOGRAFIA:

Klus-Stańska D., Kalinowska A., Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2014, Wyd. Akademickie „Żak".

Klus-Stańska D., Nowicka M., Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, Gdańsk 2013, Wyd. Harmonia.

Lotkowska K., Rose C. Zestaw gier i zabaw dla nauczycieli. Edukacja fundamentalna w przedszkolu, 2014, Wyd. Fundacja Instytut Nowoczesnej Edukacji.

Moroz H., Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym, Warszawa 1982, WSiP.

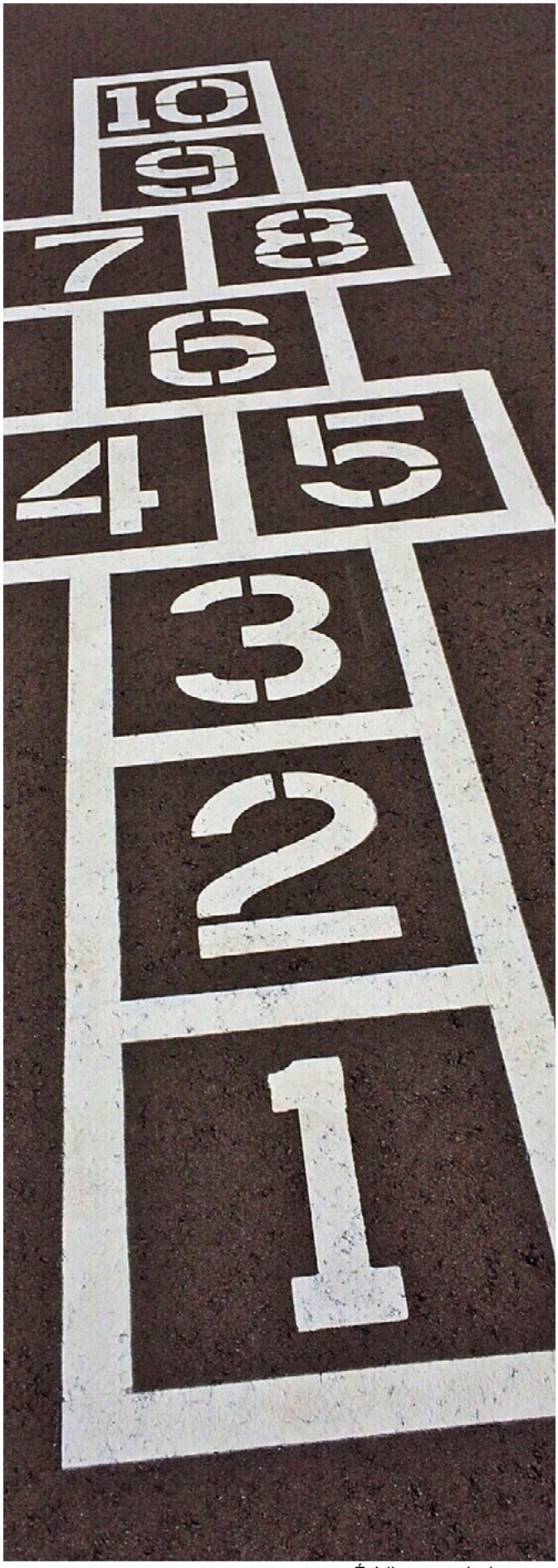
https://www.neurogra.pl/trening-mozgu/logika/dlaczego-warto-trenowac

http://www.mp23.pl/article/164/zabawy-rozwijajace-zdolnosci-logiczno-matematyczne-dziecka#_ftn1

http://www.toc.edu.pl/co-to-jest-toc/narzedzia-toc/

Joanna Witkowska

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.



Źródło: www.pixabay.com

Zadania tekstowe w edukacji wczesnoszkolnej

Iga Szeląg

Zadania tekstowe stanowią podstawową pracę podczas zajęć z matematyki. W nauczaniu matematyki w klasach I-III odgrywają bardzo ważną rolę, a ich rozwiązywanie spełnia wiele ważnych funkcji. Szczegółowo określiła je W. Hemmerling. Autorka podkreśla, że zadania tekstowe rozwijają logiczne, twórcze i krytyczne myślenie, dają uczniom umiejętność rozwiązywana nie tylko problemów matematycznych, ale i różnorodnych zadań życiowych, bowiem większość z nich dotyczy problemów życia codziennego. Ponadto kształcą dociekliwość, wytrwałość przy pokonywaniu trudności oraz koncentrację uwagi, a także stanowią punkt wyjścia i środek wprowadzenia, stosowania i utrwalania wiadomości i pojęć matematycznych[1]. Poniżej przedstawiam tylko wybrane aspekty związane z pracą nauczyciela i uczniów nad zadaniami z treścią, co wynika z faktu, że istnieje bardzo bogata literatura dla nauczycieli na temat zadań z treścią i jednocześnie przedstawianie tych zagadnień w tym miejscu ma swoje ograniczenia.

Definiowanie zadań tekstowych

Zadanie tekstowe według Zofii Cydzik to zagadnienie życiowe zawierające dane liczbowe powiązane takimi zależnościami, których wykrycie prowadzi do znalezienia odpowiedzi na główne pytanie. Ponadto, zadanie tekstowe składa się z sytuacji życiowej i warunków matematycznych określonych za pomocą wielkości danych i wielkości poszukiwanej, a także ustalenie zależności logicznych, co prowadzi do odpowiedzi na główne pytanie w zadaniu[2].

Efektywność zastosowania zadań tekstowych w nauczaniu matematyki

Rozwiązywanie zadań tekstowych przyniesie oczekiwane efekty, jeżeli nauczyciel da uczniom odpowiedni czas na przemyślenie treści zadań. Ważne, by po przeczytaniu, uczeń samodzielnie potrafił rozwiązać problem. Po rozwiązaniu zadania najlepiej, gdy uczeń przedyskutuje efekt z nauczycielem. W momencie kiedy rozwiązanie będzie błędne, powinien mieć szansę na ponowną próbę rozwiązania. W przypadku, kiedy uczeń wciąż ma trudności z rozwiązaniem danego zadania, wówczas nauczyciel może naprowadzić go na właściwy tok rozumowania. Podczas pracy z zadaniami tekstowymi, nauczyciel nie powinien wyręczać ucznia i sugerować poprawnych odpowiedzi czy też podawać gotowych wzorów, algorytmów, metod. Zamiast drogi na skróty, uczeń powinien metodą prób i błędów poznać trudności i rozwiązać dany problem. Warto poświęcić więc, jak najwięcej czasu na samodzielne próby szukania własnych sposobów poradzenia sobie z daną trudnością. Jest to bardziej efektywne dla rozwijania myślenia matematycznego niż rozwiązywanie zadania poznanymi już, wciąż powtarzającymi się metodami stosowanymi podczas lekcji. Dzięki temu, uczeń zyska satysfakcję, radość oraz wiarę we własne możliwości, a także motywację do dalszej pracy.

Istotnym jest również dobór zadań tekstowych. Uczeń powinien otrzymywać zadania z różnych działów. Dzięki temu nie przyzwyczai się do powtarzania czynności wskazanych przez nauczyciela, a także będzie zmuszony do strategicznego myślenia. Dawanie swobody uczniom w rozwiązywaniu zadań jest bardzo istotne. Nauczyciel powinien pozwolić dzieciom popełniać błędy. Samodzielne dochodzenie do wiedzy przez zadawanie pytania, dociekliwość ma dużo większą wartość z punktu widzenia rozwoju poznawczego ucznia i jest również zasadą konstruktywistycznego podejścia do edukacji matematycznej. Tylko dzięki takiemu zabiegowi, uczniowie mają szansę na coraz to nowsze pomysły rozwiązań danego zadania[3].

1 H. Hemmerling, Kierowanie rozwiązywaniem zadań matematycznych w klasach początkowych, Koszalin 1977, Instytut Nauczycieli i Badań Oświatowych, s. 21.

2 Z. Cydzik, Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej, Warszawa 1986, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, s. 129.

3 W. Odrobina, Zadania tekstowe, [w:] Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciel, red. I. Fechner-Sędzicka, B. Ochańska, W. Odrobina, Warszawa 2012, Ośrodek Rozwoju Edukacji, s. 90.

Trudności tkwiące w zadaniach tekstowych

Zadania tekstowe sprawiają trudność niejednemu uczniowi. Warto zastanowić się nad przyczynami takiej sytuacji. Otóż, umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych jest powiązana w integralny sposób z całokształtem wiedzy matematycznej. W związku z tym, wszelkie braki w wiadomościach uczniów (znajomość pojęć, umiejętność i sprawność rachunkowa) utrudniają lub uniemożliwiają rozwiązanie zadań. Właściwe podejście do zadania tekstowego, to zdanie sobie sprawy ze związków, jakie zachodzą między głównym pytaniem, a danymi w zadaniu. Jest to kluczowe w rozwiązywaniu zadania tekstowego. Bezcelowym okazuje się trafianie na „chybił-trafił" bez zastanowienia. Warto zaznaczać to w pracy z uczniami. Uczeń musi zdać sobie sprawę, że aby poprawnie rozwiązać zadanie tekstowe, musi odnaleźć problem zawarty w treści, zrozumieć główne postawione pytanie i w końcu zastanowić się nad tym, jak je rozwiązać, czyli jak powiązać dane, aby dojść do odpowiedzi na główne pytanie w zadaniu[4].

Strategia postępowania w pracy z zadaniami tekstowymi

Według I. Adamek, strategia postępowania w sytuacji problemowej podczas rozwiązywania zadań tekstowych powinna wyglądać następująco:

- manipulowanie dostępnymi przedmiotami,
- przedstawienie problemu w formie graficznej lub słownej,
- zainscenizowanie problemu,
- przedyskutowanie problemu z innymi,
- sporządzenie planu rozwiązania,
- konstruowanie relacji,
- ocenianie.

W praktyce, by uczeń zrozumiał zadanie tekstowe, powinien zrobić to na pomocach, np. patyczkach, liczmanach, przedmiotach naturalnych. Dzięki temu przedstawi to, o czym jest mowa w zadaniu, a dzięki temu zrozumie zachodzące relacje. Jeśli chodzi o odpowiedź na pytanie, uczeń może to zrobić na kilka sposobów:

obrazowo — dziecko przedstawia treść zadania za pomocą obrazka, grafiki.

werbalno-symbolicznie — uczeń zakreśla te informacje, które pomogą w rozwiązaniu zadania, wypisuje wielkości, zapisuje wzór i dokonuje obliczeń.

czynnościowo-manipulacyjnie — uczeń przedstawia treści zadania tak, aby je „zobaczyć" — np. rozdziela kwiaty wycięte z papieru do wazonu i przelicza je[5].

Rozwiązywanie zadań powinno być zorganizowane w przemyślany sposób. Przed przystąpieniem do pracy nad zadaniem z treścią należy przygotować liczmany, liczydła, przybory do pisania, czy rysowania, a także wszelkiego rodzaju obrazki. Należy również stworzyć taką sytuację, by zainteresować ucznia oraz zmotywować do pracy. Motywowanie polega na wywołaniu ciekawości, zainteresowania. Warto zaproponować coraz to nowsze zadania, zmieniać stopień ich trudności oraz odpowiednio je dobrać. Zadanie może przeczytać nauczyciel lub też uczeń zapoznając się z nim samodzielnie

Różne sposoby klasyfikowania zadań tekstowych

W literaturze można znaleźć wiele podziałów zadań tekstowych. Jednym z nich jest podział Bolesława Gleichmgewichta, który wyróżnił dwa rodzaje zadań:

Zadania standardowe — mają charakter zamknięty, posiadają odpowiednią ilość danych. Istnieje tylko jedno rozwiązanie. Zadania standardowe mogą być jednak zróżnicowane. Niektóre mogą być rozwiązane w charakterze ćwiczeń, inne są zadaniami problemowymi, a także mają podwyższony stopień trudności. Można tu wyróżnić:

- zadania proste, które rozwiązuje się tylko jednym działaniem, np. Janek dostał od cioci znaczki pocztowe. Nie wkleił ich od razu do albumu i 3 znaczki zgubił. Ma teraz tylko 7 znaczków. Ile znaczków dostał od cioci?
- zadania złożone, które wymagają wykonania więcej niż jednej operacji, np. Zosia miała w skarbonce 10 zł oszczędności. Od cioci dostała jeszcze 5 zł i włożyła je do skarbonki. Na prezent urodzinowy dla brata wydała z tych pieniędzy 9 zł. Ile pieniędzy zostało w skarbonce?

Zadania niestandardowe — to zadania otwarte, które rozwijają krytyczne myślenie uczniów, doskonalą analizowanie treści zadania oraz rozwijają myślenie matematyczne. By rozwiązać zadanie tego typu należy dostrzec błędy w treści zadnia, skorygować się i uzupełnić jego treść. Zmienić, przebudować je tak, by móc je rozwiązać. Tego typu zadanie wymaga intensywnego wysiłku oraz twórczości, ale także roz-

4 Z. Cydzik, op. cit., s. 128-130.

5 I. Adamek, Rozwiązywanie problemów przez dzieci, Kraków 1997, Oficyna Wydawnicza „Impuls", s. 13.

wija umiejętności matematyczne. Wśród zadań niestandardowych wyróżniamy:

- zadania zawierające nadmiar danych, np. Uczniowie posadzili 8 rzędów drzew po 11 drzew w rzędzie i 40 krzewów. Ile drzew posadzili uczniowie? (informacja o liczbie krzewów w przypadku tego zadania jest niepotrzebne i nie ma związku z rozwiązaniem. Zatem należy je usunąć i poprawione zadanie rozwiązać).
- zadania dublujące się, np. Zosia kupiła 4 markery po 2 zł za sztukę. Dała do kasy 10 zł i otrzymała2 zł reszty. Ile zapłaciła za markery? (informacja o tym, ile pieniędzy dała do kasy i ile reszty odzyskała dubluje się z pierwszym zdaniem w zadaniu. Należy poprawić zadanie usuwając zbyteczne dane).
- zadanie zawierające za mało danych lub brak danych, np. Krzyś, Staś i Michał zbierali znaczki. Krzyś zebrał 130 znaczków — więcej niż Staś, a Michał tyle, ile Krzyś i Staś razem. Ile znaczków zebrał każdy z nich? (nie można rozwiązać tego zadania z powodu braku wszystkich danych).
- sprzeczne, np. Kwiaciarka sprzedała 11 róż, a potem jeszcze 7. Ile róż w kwiaciarni zostało, jeśli na początku było ich 15? (dane są sprzeczne z treścią zadania i z postawionym pytaniem).
- zadania o złej treści, np. W klasie jest 12 chłopców i 11 dziewczynek. Ile uczniów należy do kółka matematycznego? (są to zadania, w których nie ma związku między danymi a pytaniem lub które są bezsensowne życiowo).

Rozwiązywanie zadań niestandardowych wymaga od uczniów uważnego czytania treści, dokładnej analizy, zdecydowania o rezygnacji z danych, których jest za dużo, uzupełnienie danych, dokonywanie zmiany treści zadania. Co ciekawe, w większości uczniowie z chęcią podchodzą do tego typu zadań, ponieważ traktują je jak zabawę.

Istnieje również możliwość samodzielnego układania treści zadania tekstowego przez uczniów. Dzieci chętniej i lepiej rozwiązują takie zadania, niż gotowe. Takie ćwiczenie wymaga od uczniów aktywności umysłowej, samodzielności, efektywnego myślenia, a co najważniejsze, zastosowania teorii w praktyce, co jak wiadomo jest najlepszym sposobem na zrozumienie poznanych treści. Zadania z treścią można układać do: sytuacji z życia, poznanych tekstów opowiadań, ilustracji i historyjek obrazkowych, działania matematycznego, pytania, czy podanej odpowiedzi[6].

Praca z zadaniami tekstowymi pomaga dzieciom nabywać zdolność do samodzielnego pokonywania trudności, a także pokazuje, że praca z zadaniami tekstowymi nie musi oznaczać dla uczniów nieatrakcyjnych zajęć, połączonych z nudą i męką. Dla większości uczniów zadania tekstowe są „trudnym orzechem do zgryzienia", gdyż odnoszą się do szerokiej wiedzy matematycznej i logicznego myślenia, Jednakże, gdy nauczyciel zaproponuje ciekawe metody pracy nad zadaniem, stosuje zadania o różnym stopniu trudności, zaproponuje także pomoce, dzięki którym uczniom będzie łatwiej zrozumieć zadania, stosunek uczniów do tychże zadań może okazać się pozytywny. Na pewno warto także pamiętać, że z perspektywy rozwoju uczniów lepiej jest aktywizować ich myślenie, działać niż omawiać i pokazywać.

Propozycja przebiegu zajęć z wykorzystaniem zadań tekstowych

Temat: Rozwiązywanie i układanie zadań tekstowych.

Cele:

- rozwijanie logicznego i twórczego myślenia oraz wyobraźni
- wdrażanie uczniów do samodzielnej pracy z tekstem matematycznym
- doskonalenie techniki liczenia pamięciowego

Cele operacyjne

Uczeń będzie się uczył:

- rozwiązywać rozmaite zadania tekstowe z zastosowaniem wyrażeń dwumianowanych
- formułować pytania do zadania,
- wskazywać, dane w zadaniu, obliczać dane pośrednie,
- wskazać niepotrzebne dane w zadaniu,
- dodawać, odejmować i mnożyć sposobem pisemnym,
- układać zadania do podanego działania i schematów rysunkowych,
- współpracować w zespole.

Metody:

- słowna
- podająca
- praktyczna

Formy pracy:

- grupowa
- indywidualna

6 W. Odrobina, op. cit., s. 91-97.

Przebieg zajęć

Tok lekcji:

1) Podanie tematu lekcji.
2) Ustalenie celu lekcji.
3) Podział uczniów na grupy 4-osobowe. Przygotowanie materiałów niezbędnych do ilustrowania, inscenizowania treści zadań. Przydział zadań.
4) Rozmowa o różnych zadaniach z treścią, zadaniach łatwych i trudnych, błędnie sformułowanych, z nadmiarem i niedomiarem danych, o możliwości rozwijania treści zadań, wprowadzaniu nowych danych, układaniu pytań. Przypomnienie planu postępowania przy rozwiązywaniu zadań z treścią. Ustalenia organizacyjne w grupach.
5) Samodzielna praca w grupach nad rozwiązywaniem zadań tekstowych.
6) Prezentacja sposobów postępowania i rozwiązań przez grupy, omówienie zadań, ich stopnia trudności, refleksje uczniów na temat zadań, organizacji pracy w grupie.
7) Podsumowanie lekcji.

Propozycje zadań

ZADANIE 1. Basia dała mamie 3 tulipany , a jej siostra Asia 4 róże. Mama włożyła kwiaty od córek do wazonu. Z ilu kwiatków powstał bukiet ? Narysuj kwiaty, zapisz działanie a następnie rozwiąż.

ZADANIE 2. Marysia kupiła w sklepie 5 jabłek, 2 pomarańcze, 4 mandarynki, 6 śliwek i 3 banany, 4 kiwi. Ułóż możliwe pytania do zadania. Rozwiąż.

ZADANIE 3. Książka i zeszyt kosztują razem 9 zł. Zeszyt kosztuje 2 zł. Ile kosztuje książka?

ZADANIE 4. Ania kupiła w sklepie 5 batonów. Od mamy dostała jeszcze 4 w nagrodę za dobre oceny. Następnego dnia Ania zjadła 3 batony. Ile batonów zostało Ani?

ZADANIE 5. Do ogrodu botanicznego bilet dla dorosłych kosztuje 19 zł, dla dzieci 7 zł, a dla studentów 10 zł. Ile trzeba zapłacić za bilety dla dwóch osób dorosłych ? Co można w zadaniu zmienić i jakie pytania można jeszcze zadać?

ZADANIE 6. Kasia kupiła 5 długopisów po 2 zł za sztukę. Pani kasjerce dała 20 zł i otrzymała od niej 10 zł reszty. Ile Kasia zapłaciła za długopisy?

ZADANIE 7. Wiewiórka zbierała zapasy na zimę. Zebrała 8 orzechów i szyszki. Ile zgromadziła zapasów?

ZADANIE 8. Na wagę postawiono koszyk z jabłkami. Ważył 18 kg. Dołożono do koszyka jabłka i ponownie zważono. Teraz ważył 14 kg. Ile jabłek dołożono?

ZADANIE 9. Rowerzysta miał do przejechania trasę długości 920 km. Pierwszego dnia przejechał 810 km. Ile km pozostało mu jeszcze do przejechania?

ZADANIE 10. Kasia chce opiekować się zwierzętami i jak dorośnie na pewno będzie pracować w zoo. Teraz przygotowuje się do przyszłego zawodu. Ustala jadłospis zwierząt i oblicza, posługując się żetonami, ile będzie kosztował pokarm dla zwierząt.

Słoń zjada w ciągu dnia 40 kg siana (kg kosztuje 9 żetonów)

----------5 kg zboża (kg - 25 żetonów

----------2 kg bananów (kg - 60 żetonów)

----------2 kg marchwi (kg - 30 żetonów)

----------2 kg cebuli (kg - 8 żetonów)

Tygrys zjada w ciągu dnia 7 kg mięsa, ale jeden dzień w tygodniu pości. (kg - 30 żetonów)

Foka zjada w ciągu dna 6 kg ryb (kg - 50 żetonów)

Ile wynoszą koszty utrzymania wszystkich zwierząt w ciągu tygodnia? Jakie inne pytania można zadać.

BIBLIOGRAFIA

Adamek I., Rozwiązywanie problemów przez dzieci, Kraków 1997, Oficyna Wydawnicza „Impuls".

Cydzik Z., Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej, Warszawa 1986, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne.

Hemmerling H., Kierowanie rozwiązywaniem zadań matematycznych w klasach początkowych, Koszalin 1977, Instytut Nauczycieli i Badań Oświatowych.

Odrobina W., Zadania tekstowe, [w:] Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciel, red. I. Fechner-Sędzicka, B. Ochańska, W. Odrobina, Warszawa 2012, Ośrodek Rozwoju Edukacji.

IGA SZELĄG

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.

Mnożenie i dzielenie w edukacji wczesnoszkolnej

Agata Filipkiewicz

Dzieci od najmłodszych lat wzmacniają i doskonalą umiejętności matematyczne oraz kształtują pozytywne myślenie o matematyce, która jest częścią naszego życia. Zadaniem nauczycieli jest uzmysławianie małym uczniom faktu, iż matematyka jest wokół nas i stosuje się ją w wielu dziedzinach życia. Uczniowie powinni wiedzieć, że matematyka jest uważana za królową nauk i, tak jak powiedział Arystoteles, „jest miarą wszystkiego". Zadaniem szkoły według podstawy programowej jest sprawienie, by uczeń przejawiał „sprawne wykorzystywanie narzędzi matematyki w życiu codziennym, a także kształcenie myślenia matematycznego"[1].

W niniejszej pracy zajmę się problematyką mnożenia i dzielenia na etapie wczesnoszkolnym. Mnożenie jest umiejętnością ważną i niezbędną na późniejszych etapach nauki. Przydatną we wszelkich matematycznych poczynaniach.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	40	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Rys. 1. Tabliczka mnożenia.

Źródło: http://www.mjakmama24.pl/szkola/nauka/tabliczka-mnozenia-pobierz-tabliczke-mnozenia-do-druku-pdf,580_10054.html [dostęp: 20 grudnia 2017].

Naukę mnożenia i dzielenia rozpoczyna się już na wczesnym etapie wychowania szkolnego. W I klasie nauczyciele niejako rozpoczynają wstęp do późniejszej, konkretnej już nauki tabliczki mnożenia, wykonywania działań mnożenia i dzielenia. Definicja mnożenia mówi, że jest to „działanie przyporządkowujące (w określony sposób) dwóm obiektom (liczbom, macierzom, wektorom) jeden, zwany ich iloczynem; mnożenie liczb podlega prawu przemienności: a*b = b*a, prawu łączności: (a*b)*c = a*(b*c) oraz prawom rozdzielności: a*(b+c) = a*b+a*c"[2]. Natomiast dzielenie to „działanie przyporządkowujące (w przepisany sposób) dwóm obiektom jeden, zwany ich ilorazem"[3].

Warto pokrótce przedstawić co dzieje się na poszczególnych etapach kształcenia. W klasie I mnożenie „ma charakter propedeutyczny"[4], czyli nauczyciel nie dąży tu do osiągnięcia żadnych wielkich, sprecyzowanych sprawności. Systematyczna nauka mnożenia rozpoczyna się w klasie II. Wtedy ważne jest, by nauczyciel nie używał wcześniej przytoczonej definicji. Nie mówił też dziecku, że mnożenie to skrócony zapis dodawania. Osoba nauczająca powinna wybrać przykłady, które dają się łatwo uogólnić. „Chodzi nie tylko o uogólnienie na większe liczby, ale również — co jest szczególnie ważne — na liczby 1 i 0"[5]. Aby uczeń chciał się nauczyć mnożenia, musi zostać dobrze zmotywowany, czyli co oznacza, że pierwsze zadania powinny być odbierane przez uczniów jako możliwe do wykonania, zrozumiałe. Inaczej zniechęci się już na starcie, a w efekcie może prowadzić do zablokowania myślenia. Oznacza to, że pierwszy kontakt z mnożeniem powinien być manipulacyjny lub ikoniczny, powiązany z sytuacjami życiowymi, codziennymi.

1 Podstawa programowa dla klas I-III z 2017 – Rozporządzenie MEN z dnia 14 lutego 2017r., Dz. U. z dnia 24 lutego 2017r., poz. 356.

2 Encyklopedia popularna PWN, Warszawa 1994, Wydawnictwo Naukowe PWN, s. 519.

3 Ibidem, s. 196.

4 Z. Semadeni, Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela, Warszawa 1991, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, s. 264.

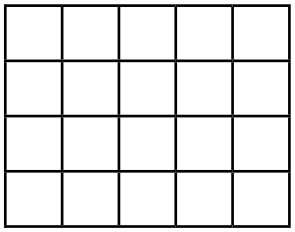
5 Ibidem, s. 264.

Nauczyciel może (i tak dzieje się najczęściej w praktyce szkolnej) wskazać, że mnożenie polega na wielokrotnym dodawaniu tych samych składników. Wówczas w matematycznym ujęciu odnosi się to do interpretacji iloczynu jako: „iloczyn n m liczb naturalnych definiuje się jako wynik n-krotnego dodawania liczby m, tzn.

$$n*m = \underbrace{m + \ldots + m}_{n \text{ razy}}, \qquad 0*m = 0"[6].$$

Jednak takie wyjaśnienia i ćwiczenie tak rozumianego mnożenia ma wady, a mianowicie, nie pokazuje od razu, że mnożenie jest przemienne, a to dzieci powinny zauważyć już przy pierwszym kontakcie z mnożeniem.

Dlatego warto sięgnąć do innej interpretacji mnożenia, w której punktem odnośnym jest prostokąt. Prostokąt ten jest podzielony na kwadraty. „Wiemy, że jeżeli boki prostokąta mają wymiary n jednostek i m jednostek, to prostokąt składa się z n*m kwadratów jednostkowych (n razy po m kwadratów w wierszu)"[7]. Przykładowo przedstawię to na poniższym rysunku, gdzie prostokąt ma 4 razy po 5 takich kwadratów.



Tak obrazowo przedstawiona definicja jest dużym ułatwieniem dla uczniów. Zapewne każdy słyszał od rodziców lub nauczycieli matematyki, że jeżeli ma problem z zadaniem, musi je sobie rozrysować. Każde zobrazowanie ułatwia „zobaczenie" i zrozumienie problemu, struktury np. liczby, zadania itd. Odwołując się do J. Brunera[8] sięgamy w ten sposób do reprezentacji ikonicznej (obraz) lub jeśli zobrazowanie jest fizyczno-działaniowe do reprezentacji en-aktywnej. Nawet uczniowie zdający maturę otrzymują punkty za wykonanie rysunku w zadaniach otwartych.

Warto w tym miejscu wskazać również, że użycie prostokątów jak wyżej, odpowiada pojęciowo iloczynom kartezjańskim zbiorów. Zdarza się również, że zamiast określenia iloczyn kartezjański używa się terminu produkt kartezjański, który jest równoważnym do pierwotnego. Ustalmy sobie przykładowy iloczyn kartezjański zbiorów X i Y. To oznacza, że jest to oznaczany symbolem X x Y zbiór uporządkowanych par. Te pary to x i y, takie, że x ∈ X i y ∈ Y. Przy czym „pojęcie iloczynu kartezjańskiego można rozszerzyć na dowolną skończoną ilość zbiorów przy czym wówczas elementami iloczynu kartezjańskiego będą odpowiednio uporządkowanego trójki — dla trzech zbiorów, uporządkowane czwórki dla czterech zbiorów itd"[9].

Mnożenie i dzielenie może być dla dzieci dosyć dużym wyzwaniem. Po działaniach umożliwiających zrozumienie istoty mnożenia i dzielenia, po manipulacjach, wizualizacjach itd. można zaproponować zabawy i gry ułatwiające stopniowe pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia do 100. Wiadomo, że odbywa się to etapami i powoli, stopniowo. Jeśli proces uczenia się przebiega prawidłowo, bez zakłóceń, uczniowie rozumieją i sprawnie wykonują działania, wtedy można zaproponować mnożenie liczb trudniejszych, dwucyfrowych. Zawsze jednak warunkiem jest obserwowanie na ile uczniowie opanowali dotychczasowo realizowane umiejętności.

Dzielenie, jak wcześniej zostało wspomniane, to działanie przyporządkowujące dwóm obiektom jeden. W działaniu mamy dzielną i dzielnik. Dzielna to liczba, którą się dzieli, natomiast dzielnik to liczba, która dzieli. Z dzieleniem dzieci mają zazwyczaj więcej problemów niż z mnożeniem. A najprościej mówiąc i rozumiejąc w dzieleniu chodzi o to, by sprawdzić ile razy dzielnik mieści się w dzielnej. W nauczaniu początkowym dzielenie ma trzy aspekty:

- algebraiczny,
- podziału,
- mieszczenia.

Możemy bowiem kontekst językowo-działaniowy organizować na rożne sposoby. Możemy dzielić na równe części, albo rozdzielać po kilka, albo też sprawdzać ile razy dana wielkość mieści się w innej.

Przed rozpoczęciem nauki dzielenia koniecznie trzeba pamiętać, że dziecko musi najpierw dobrze zrozumieć przemienność mnożenia. Inaczej będzie miało problem ze zrozumieniem aspektów dzielenia i tym samy może mieć trudność ze zrozumieniem, że zadania mogą zostać rozwiązane na różne sposoby.

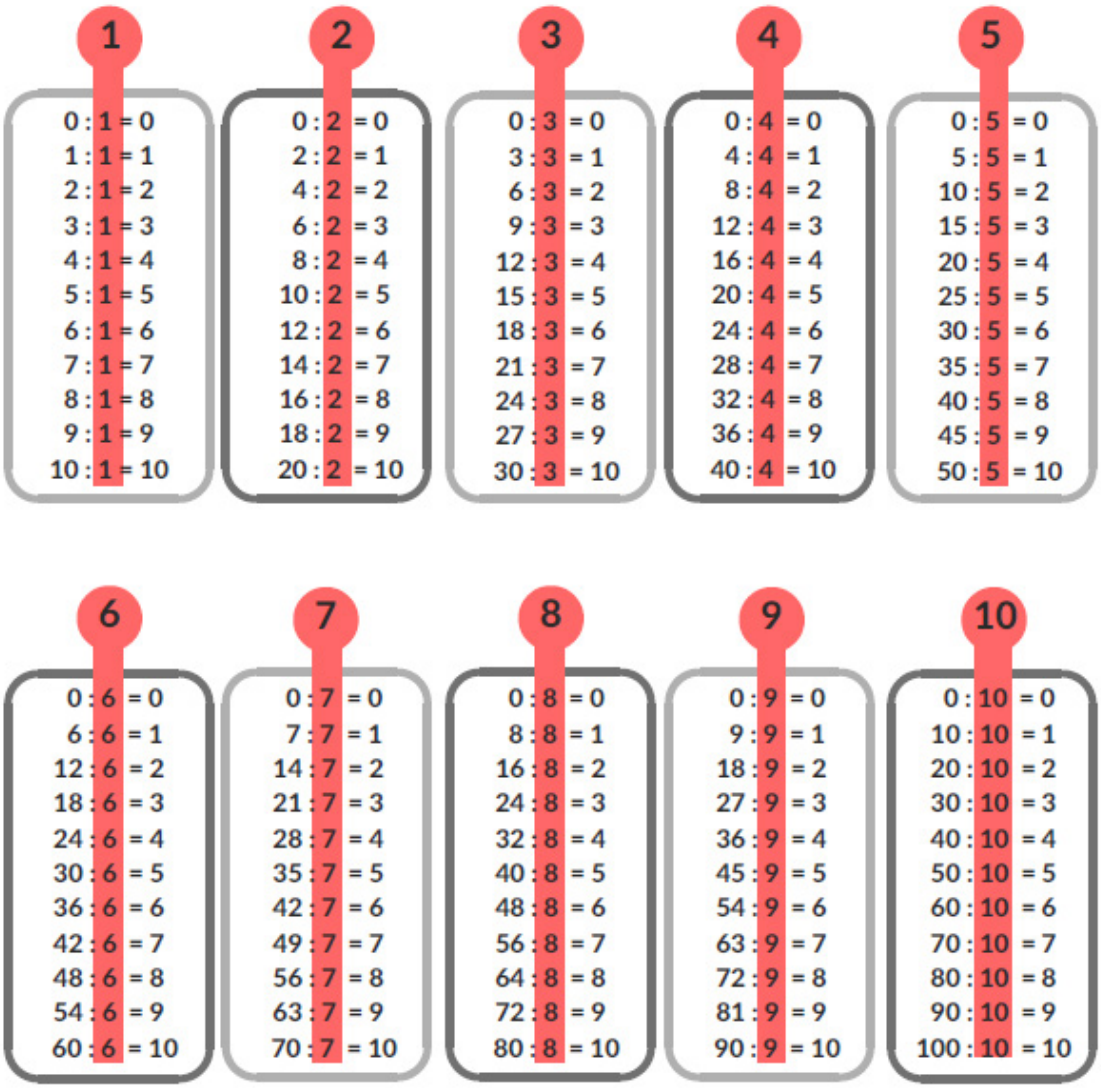
Propozycją na poradzenie sobie z problemem dzielenia będzie dla dziecka, tak jak w przypadku mnożenia, praca z — tym razem — tabliczką dzielenia,

6 Z. Semadeni, Matematyka współczesna w nauczaniu dzieci, Warszawa 1977, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, s. 186.

7 Ibidem, s. 187.

8 J. Bruner, Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978, PWN, s. 531.

9 Słownik matematyka, Kraków 2010, Wydawnictwo GREG, s. 86.



Rys. 2. Tabliczka dzielenia.

Źródło: http://www.mjakmama24.pl/szkola/nauka/tabliczka-dzielenia-tabliczka-dzielenia-do-druku-pobierz-pdf,580_10055.html [dostęp: 20 grudnia 2017].

w zakresie 100. Wykorzystanie tabliczki dzielenia ma prowadzić do zrozumienia, że działania mnożenia i dzielenia są wzajemnie odwrotne. W toku pracy odpowiednio aranżowane sytuacje prowadzą do samodzielnego zauważenia przez uczniów, że wynik dzielenia pomnożony przez dzielnik daje nam dzielną. Największa wartość tkwi właśnie w samodzielnym badaniu możliwości i samodzielnym spostrzeżeniu związków i zależności między mnożeniem i dzieleniem.

Na zakończenie warto dodać, że każda grupa uczniów jest inna i potrzebuje innych oddziaływań. Nauczyciel musi wypróbować różne sposoby i tworzyć różne sytuacje, odwoływać się do różnych przykładów, aby jego i uczniów praca przyniosła wszystkim satysfakcję i efekt. ■

Bibliografia

Podstawa programowa dla klas I-III z 2017 – Rozporządzenie MEN z dnia 14 lutego 2017r., Dz. U. z dnia 24 lutego 2017r., poz. 356.

Encyklopedia popularna PWN, Warszawa 1994, Wydawnictwo Naukowe PWN.

Semadeni Z., Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela, Warszawa 1991, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

Semadeni Z., Matematyka współczesna w nauczaniu dzieci, Warszawa 1977, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Bruner J., Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978, PWN.

Słownik matematyka, Kraków 2010, Wydawnictwo GREG.

http://www.mjakmama24.pl/szkola/nauka/tabliczka-mnozenia-pobierz-tabliczke-mnozenia-do-druku-pdf,580_10054.html [dostęp: 20 grudnia 2017].

http://www.mjakmama24.pl/szkola/nauka/tabliczka-dzielenia-tabliczka-dzielenia-do-druku-pobierz-pdf,580_10055.html [dostęp: 20 grudnia 2017].

AGATA FILIPKIEWICZ

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.

Początkowe nauczanie matematyki. Pierwsze doświadczenia z geometrią

Aneta Lisowska

Matematyka jest dziedziną, która towarzyszy człowiekowi przez całe życie. Podstawowym zadaniem nauczyciela jest zachęcenie uczniów do aktywności matematycznej poprzez urozmaicenie zajęć ponieważ atrakcyjne zajęcia pomogą dziecku zrozumieć i zdobyć wiedzę, do której większość uczniów podchodzi z dystansem. Zadania matematyczne powinny wskazywać na zastosowanie praktyczne w otoczeniu każdego człowieka. Wspomnienia o matematyce wcale nie muszą być negatywne, a zdobyte doświadczenia powinny wspierać rozwój umiejętności matematycznych, które mogą stać się pasją dziecka. Należy pamiętać, że ważnym elementem przyswojenia wiedzy matematycznej jest systematyczna praca, odpowiednia organizacja sytuacji i dobór zadań. Pierwsze kontakty z matematyką nie mogą uczniów zniechęcać do zaangażowania w uczenie się[1].

Naukę geometrii należy zacząć od kształtowania podstawowych pojęć, z którymi przecież spotykają się dzieci już w życiu codziennym, również w przedszkolu. Do nich należą m.in. określenia dotyczące położenia, np. przed -za, pod - nad, po prawej stronie - po lewej stronie, wewnątrz – na zewnątrz. Tego typu określenia pomogą w organizacji czynności, które wykonuje dziecko i w orientacji w przestrzeni, która je otacza. Rozumienie stosunków przestrzennych przejawia się przez cały okres wychowania przedszkolnego i wspomaga rozwój wyobraźni młodego człowieka. Już podczas zabawy np. klockami dziecko poznaje kształty, widzi różnice między bryłami. Można powiedzieć, że to właśnie wtedy zaczyna się nauka geometrii. Ćwiczenia orientacyjne, które skupiają się na stosunkach przestrzennych wspierają m.in.:

- rozróżnianie poszczególnych kierunków, np. góra, dół, nad, pod itp.
- określenie położenia przedmiotu względem osoby, której dotyczy ćwiczenie;
- określenie wielkości przedmiotu, który obserwujemy „z daleka";
- rozróżnianie podstawowych kształtów[2].

Rozpoczynając naukę geometrii należy wprowadzić ćwiczenia orientacyjne, które powinny wynikać z naturalnych sytuacji np. podczas ćwiczeń śródlekcyjnych, używanie pojęć geometrycznych podczas wykonywania pracy plastycznej (sposób rozmieszczenia elementów). Dzięki posługiwaniu się słownictwem orientacyjnym wdrażamy dziecko w świat geometrii przestrzennej, co przyspiesza i udoskonala jego umiejętności. Głównym problemem dziecka z określeniem położenia przedmiotu jest odległość, dlatego należy je wprowadzać stopniowo, sukcesywnie, tak aby dziecko widziało różnice między przedmiotem, który może mieć na wyciągnięcie ręki, a takim który dostrzega znacznie dalej. Dziecko uczy się kierunków na zasadzie przeciwieństw. Poznaje jedno określenie i próbuje dopasować jego odwrotność, np. dół – góra, prawo – lewo; dlatego właśnie kierunki powinno omawiać się parami, wtedy jest to najbardziej przyswajane przez ucznia[3]. Poniżej przedstawiono popularną zabawę wprowadzającą w stosunki przestrzenne, która jest atrakcyjna i wymaga aktywności ucznia.

„Wybieramy jakiś przedmiot. Jeden z uczniów wychodzi z klasy. Wybrany przedmiot chowamy. Uczeń wraca do klasy i szuka. Pozostali uczniowie naprowadzają go wymieniając kierunki: w prawo, do przodu, w górę itd. Celem tej zabawy jest obiektywizacja stosunków przestrzennych: uczniowie powinni określać kierunek z pozycji szukającego kolegi, a więc z innego układu odniesienia"[4].

W ćwiczeniu orientacji przestrzennej wspomagają również ćwiczenia przedstawione poniżej.

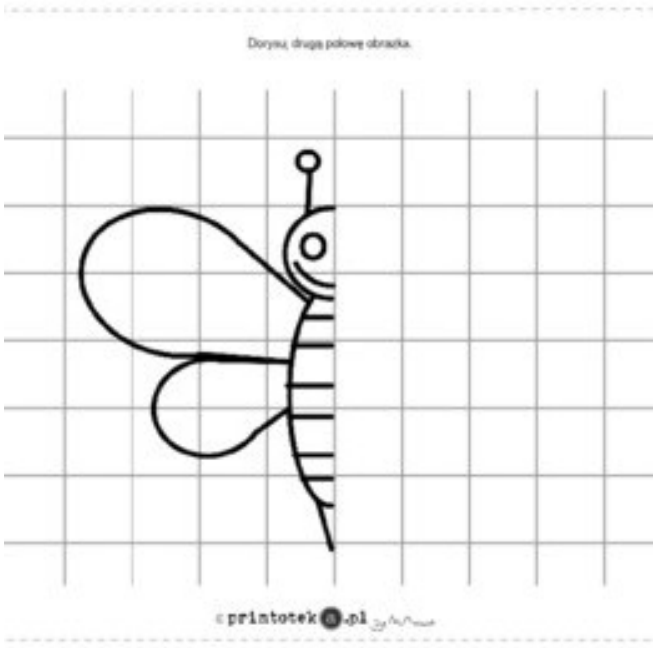
1 I. Fechner- Sędzicka, B. Ochmańska, W. Odrobina, Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej, Warszawa 2012, Ośrodek Rozwoju Edukacji, s. 5.

2 Z. Semadeni, Nauczanie początkowe matematyki t.2, Warszawa 1984, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, s.11-12.

3 Ibidem, s. 14-15.

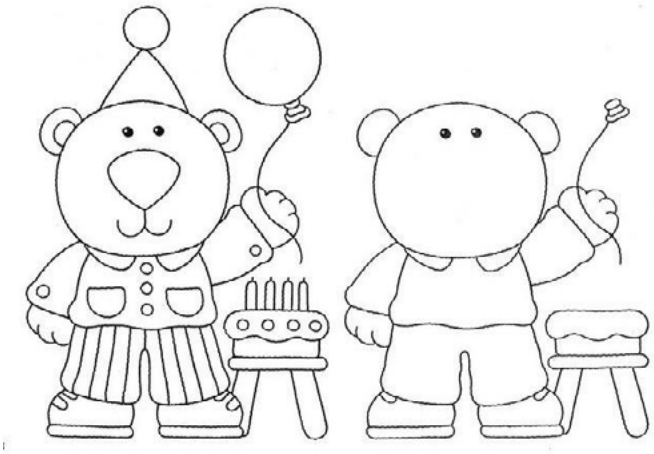
4 Ibidem, s. 15-16.

1)



Źródło: https://www.printoteka.pl/public/pic/materials/dorysuj_p_2.sq.jpg

2) Dorysuj wszystkie brakujące elementy.



Źródło: http://2.bp.blogspot.com/-VFmXf2qQ6P4/VgDh1KLCaeI/AAAAAAAA55g/NSumt4mQ1EM/s1600/czego%2Bbrakuje-dorysuj.JPG

Dziecko może uczyć się geometrii poprzez zabawę, w której pomogą zabawki typowo konstrukcyjne. Głównie znane są tu klocki (sześciany), dzięki którym powstają budowle itp.

Źródło: https://zabawkiprogresywne.pl/1625-thickbox_default/102-drewniane-szescieny-kolorowe.jpg

Początkowo budowane są bez celu (następnie niszczone); w kolejnych etapach dziecko zastanawia się nad sensem zbudowania obiektu – wykorzystania i zastosowania go w konkretnej zabawie. To właśnie w ten sposób rozwija się wyobraźnia przestrzenna dziecka[5].

Idealną zabawką, która wspiera dziecko w umiejętnościach geometrycznych jest pudełko, w którym znajdują się otwory o odpowiednich kształtach.

Źródło: https://www.mall.pl/i/23344315/235/240

Skonstruowane jest ono tak, aby nie było możliwości włożenia innego kształtu do środka pudełka. Uczeń dzięki temu poznaje figury geometryczne, poznaje nazwy figur, rozpoznaje różnice w kształtach klocków[6].

Dla starszych dzieci, które przy okazji utrwalania geometrycznych kształtów z chęcią wykażą się umiejętnościami plastycznymi polecane jest tzw. origami. Origami to sztuka składania papieru „punktem wyjścia ma być kwadratowa kartka papieru, której nie wolno ciąć, kleić i dodatkowo ozdabiać i z której poprzez zginanie tworzone są przestrzenne figury"[7].

Źródło: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/68/2014_Origami_modułowe.jpg

Źródło: http://www.matematyka.wroc.pl/system/files/u12/orig/snobe00.jpg

5 Ibidem, s.14.
6 Ibidem, s. 15.
7 http://papierowe-pasje.blog.onet.pl/2012/04/25/co-to-jest-origami/.

W roku 2007/2008 przeprowadzono badania, które miały wykazać, w jakim stopniu i czy w ogóle możemy mówić, że sztuka origami wspiera rozwój geometrycznych pojęć. Według danych rzetelnie zgromadzonych i popartych drogą eksperymentu, okazało się, że „papierowa sztuka" wprowadza dziecko w świat figur geometrycznych: uczy nazw używanych kształtów, a także ich komponowania i odwzorowywania[8].

Głównym punktem zabawy z origami jest stopniowanie trudności – pierwsze konstrukcje powinny być stosunkowo proste, a ilość elementów wchodzących w skład powinna być bardzo ograniczona. Kształty i wielkość konstrukcji powinna być odpowiednio dostosowana do wieku dziecka tak, aby było ono w stanie poznać figurę, zapamiętać i rozpoznać ją w przyszłości. Przystępując natomiast do kolejnych etapów pod względem trudności, dziecko poznaje kształt i formę przez dotyk – manipulując nim rozpoznaje kształt, co kształtuje jego wyobraźnię przestrzenną, a także ćwiczy precyzję ruchów ręki[9].

Dobieranie odpowiednich metod i form pracy może zamienić naukę w dobrą zabawę. Dziecko z chęcią i zaciekawieniem poznawać będzie kolejne etapy matematycznej wiedzy. ■

Bibliografia:

Dziamska D., Origami – metoda nauczania pośredniego, „Edukacja i Dialog" 1997, nr 10.

Fechner- Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej, Warszawa 2012, Ośrodek Rozwoju Edukacji.

Nowak J., Papierowe składanki czyli technika origami w kształtowaniu pojęć geometrycznych, [w:] E. Jaszczyszyn, J. Szada-Borzyszkowska (red.), Edukacja dziecka mity i fakty, Białystok 2010, Wyd. Trans Humana.

Semadeni Z., Nauczanie początkowe matematyki t.2, Warszawa 1984, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

http://papierowe-pasje.blog.onet.pl/2012/04/25/co-to-jest-origami/.

https://www.printoteka.pl/public/pic/materials/dorysuj_p_2.sq.jpg

http://2.bp.blogspot.com/-VFmXf2qQ6P4/VgDh1KLCaeI/AAAAAAAA55g/NSumt4mQ1EM/s1600/czego%2Bbrakuje-dorysuj.JPG

https://zabawkiprogresywne.pl/1625-thickbox_default/102-drewniane-szesciany-kolorowe.jpg

https://www.mall.pl/i/23344315/235/240

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/68/2014_Origami_modułowe.jpg

http://www.matematyka.wroc.pl/system/files/u12/orig/snobe00.jpg

Aneta Lisowska

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.

8 J. Nowak, Papierowe składanki czyli technika origami w kształtowaniu pojęć geometrycznych, [w:] E. Jaszczyszyn, J. Szada-Borzyszkowska (red.), Edukacja dziecka mity i fakty, Białystok 2010, Wyd. Trans Humana, s. 572-581.

9 D. Dziamska, Origami – metoda nauczania pośredniego, „Edukacja i Dialog" 1997, nr 10, s. 52-53.

Możesz liczyć na pomoc, czyli o środkach dydaktycznych w nauczaniu matematyki

Justyna Borys

Do edukacji matematycznej dzieci w młodszym wieku należy podejść ze szczególną dbałością, ponieważ będzie ona wykorzystywana aktywnie przez całe życie. Każde z dzieci będzie musiało kiedyś użyć wiedzy nabytej na lekcji matematyki, ponieważ jest ona nauką niezwykle praktyczną. Wszystko co nas otacza ma jakąś miarę, wagę, rozmiar, kształt. Jako przykład weźmy pieczenie ciasta. Najpierw musimy pójść do sklepu i wybrać produkty. Każdy z nich ma swoją cenę, więc należy policzyć, czy wystarczy nam na nie pieniędzy, oraz dać sprzedawczyni odpowiednią kwotę. Kiedy już wrócimy do domu i zajrzymy do przepisu okaże się, że aby zrobić ciasto należy odmierzyć 200 gram mąki i 100 gram cukru, dodać dwa jajka i pół kilograma jabłek. Kiedy już nam się to uda, będziemy musieli zmierzyć czas pieczenia, żeby nasze ciasto nie było surowe, ani się nie przypaliło. W jednej prostej, codziennej czynności spotykamy się z kilkoma matematycznymi zadaniami. Stąd niezwykle ważnym jest, aby matematyka została przekazana w sposób na tyle prosty i atrakcyjny, żeby dzieci ją zrozumiały i polubiły.

J. Piaget na pytanie „Dlaczego tak wielu uczniów nie lubi matematyki?" udziela jednej, prostej odpowiedzi - zwyczajnie jej nie rozumieją. Jak twierdzi: „Matematyka nie jest czymś, czego sens dostrzega większość ludzi, nawet jeśli mają narzędzia intelektualne potrzebne, by temu podołać. Na skutek negatywnych uczuć wielu unika matematyki"[1]. Zadaniem nauczyciela jest niedopuszczenie do sytuacji, w której dziecko zrazi się do tej nauki. Dzieci w wieku wczesnoszkolnym w zakresie rozwoju myślenia są na etapie rozwoju operacji konkretnych, czyli nabywają zdolność rozwiązywania konkretnych problemów, szeregowania i klasyfikacji[2]. Myślenie abstrakcyjne jest dopiero w fazie kształtowania się, co uniemożliwia pracę uwolnioną od konkretu i treści. Nauka polega więc na operowaniu konkretami, dopiero później można przystąpić do czynności wyobrażonych. Nauczanie matematyki bazuje więc na dużej ilości pomocy dydaktycznych, które w formie enaktywnej pomagają przyswoić trudne, abstrakcyjne obliczenia, zależności i działania, czyli poznać rzeczywistość bezpośrednio i nabyć umiejętność jej przekształcania[3].

Środki dydaktyczne, to według W. Okonia „przedmioty materialne umożliwiające usprawnienie procesu nauczania - uczenia się i uzyskania optymalnych osiągnięć szkolnych"[4]. W definicji tej zawierają się, oprócz przedmiotów dostarczających bodźców sensorycznych, także urządzenia umożliwiające przekazywanie tych bodźców[5]. Nawet klasa powinna być urządzona w taki sposób, aby umożliwiała swobodne ćwiczenie matematyki. Konieczne są stoliki, tablice, środki dydaktyczne zarówno nauczycielskie, jak i dla każdego ucznia, materiały do gier i zabaw dydaktycznych[6].

W. Okoń środki dydaktyczne dzieli na: środki proste i złożone. W prostych zawierają się środki słowne, czyli przede wszystkim teksty drukowane, oraz proste środki wzrokowe, czyli wszelkiego rodzaju mapy, modele, wykresy, itp. Natomiast do środków złożonych zalicza on mechaniczne środki wzrokowe, czyli wszelkie urządzenia przekazujące obraz, np. mikroskop; środki słuchowe; środki słuchowo-wzrokowe, oraz środki automatyzujące proces uczenia się. Niektóre z nich wykorzystuje się w nauczaniu matematyki częściej, inne rzadziej[7].

1 B. J. Wadsworth, Teoria Piageta. Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka, Warszawa 1998, WSiP, s. 129.

2 Ibidem, s. 129.

3 F. Bereźnicki, Dydaktyka kształcenia ogólnego, Kraków 2007, Impuls, s. 369-370.

4 W. Okoń, Nowy słownik pedagogiczny, Warszawa 2001, Wydawnictwo Akademickie „ŻAK", s. 392.

5 F. Bereźnicki, Dydaktyka kształcenia ogólnego, Kraków 2007, Impuls, s. 370.

6 E. Stucki, Nauczanie matematyki w klasach niższych część I, Bydgoszcz 1998, Wydawnictwo Uczelniane WSP w Bydgoszczy, s. 53.

7 W. Okoń, Nowy słownik pedagogiczny, Warszawa 2001, Wy-

W dydaktyce tradycyjnej największy nacisk kładziony był na werbalne przekazywanie uczniom wiedzy, zilustrowanej obrazkami w podręczniku. W progresywistycznej edukacji odchodzi się od takiego podejścia, na rzecz doświadczania i samodzielnego dochodzenia do rozwiązywania problemów przez uczniów. Jako prąd pedagogiczny, progresywizm bazuje na teorii nauczania proponowanej przez J. Dewey'a, który odrzucił zupełnie metody pedagogiki tradycyjnej na rzecz powrotu edukacji do doświadczeń dnia codziennego i czerpania z nich wiedzy. Pragmatyzm, doświadczanie i funkcjonalizm postawił w opozycji do gotowej narzuconej i oderwanej od życia dziecięcego wiedzy[8]. Istotą progresywizmu jest rozbudzanie dziecięcej ciekawości i zainteresowań, oraz przyswajanie wiedzy niejako przy okazji. Wszelka działalność eksperymentalna, czy manipulacyjna, a także kreatywne i twórcze aktywności dziecka są jak najbardziej pożądane. Edukacja matematyczna jako nauka w dużej mierze wykorzystywana w życiu powszednim, łatwo daje się wpisać w ideę progresywistyczną. Problematykę ściśle związaną z życiem codziennym uznaje on bowiem za główne zagadnienie nauczania[9]. Aby jednak prowadzić zajęcia, w których obecne będzie samodzielne dochodzenie do wiedzy i doświadczanie, koniecznym jest wyposażenie klasy w takie środki dydaktyczne, którymi uczeń będzie mógł samodzielnie manipulować. Powinien być zapewniony do nich swobodny dostęp tak, aby mógł z nich skorzystać każdy uczeń[10].

Klocki Cuisenaire'a

Źródo: Wikipedia.pl

Poza przedmiotami codziennego użytku i drobiazgami, które można znaleźć chociażby w lesie (kamyczki, szyszki, żołędzie) istnieje dużo gotowych pomocy przeznaczonych do nauczania matematyki.

Jedną z nich są klocki Cuisenaire'a, nazywane także „kolorowymi liczbami", to różnokolorowe prostopadłościany o podstawie 1 cm2 i różnych długościach (od 1 do 10 cm). Długości te są niezmiennie powiązane z długością danego klocka. Używa się ich przede wszystkim do ćwiczeń arytmetycznych[11]. Z ich użyciem można również ilustrować pojęcie liczby naturalnej, rozwiązywać działania, czy równania. Klocki Cuisenaire'a wzbudziły pewne kontrowersje wśród pedagogów, ponieważ niektórzy z nich twierdzili, że stałe przyporządkowanie koloru do liczby może spowodować, że kiedy dziecko zobaczy np. żółty ołówek, będzie myślało, że ma on długość 5, ponieważ żółty klocek ma taką właśnie długość.

Klocki Cuisenaire'a zostały także zaadaptowane przez Henryka Moroza, który stworzył niemal identyczne klocki, różniące się jedynie niektórymi kolorami. Są one również dostępne na Polskim rynku.

Kolejnym rodzajem klocków, niezwykle przydatnych do kształtowania stosunków przestrzennych, pojęcia liczby oraz zbiorów, są klocki Dienesa. Są to kolorowe klocki o różnych kształtach, wielkościach i grubościach. Można ich również używać do ćwiczeń klasyfikacyjnych, lub pozwolić dzieciom na twórczą aktywność i opisywanie samodzielnie ułożonych figur.

Inną pomocą jest tangram, czyli chińska układanka w kształcie kwadratu poprzecinanego na części. Składa się z dwóch dużych, dwóch małych i jednego średniego trójkąta prostokątnego, kwadratu i równoległoboku. Zadaniem dziecka jest ułożenie figur wedle wzoru, lub własnej wyobraźni.

Geoplan, czyli tabliczka w kształcie czworokąta z wystającymi kołeczkami wzdłuż pionowych i poziomych linii w równych odstępach, na których rozpina się gumki recepturki budując figury geometryczne może również okazać się przydatna w nauczaniu matematyki. Celem takiego ćwiczenia może być na przykład zbadanie cech figur, lub porównywanie ich ze sobą[12].

Suwaki działań służą do wykonywania działań arytmetycznych. Są złożone z dwóch takich samych podziałek: górnej-stałej, oraz dolnej-ruchomej. Aby obliczyć wynik dodawania, należy odszukać na górnej

dawnictwo Akademickie „ŻAK", s. 392.

8 Z. Kwieciński, B. Śliwerski, Pedagogika. Podręcznik akademicki tom I, Warszawa 2003, Wydawnictwo Naukowe PWN, s. 311, 312.

9 W. Goriszowski, Progresywistyczne i poprogresywistyczne tendencje we współczesnej edukacji, „Nauczyciel i Szkoła" 2003, nr 1-2 (18-19), s. 12, 13.

10 E. Stucki, Nauczanie matematyki w klasach niższych część I, Bydgoszcz 1998, Wydawnictwo Uczelniane WSP w Bydgoszczy, s. 87.

11 Ibidem, s. 89-90.

12 J. Nowik, Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Opole 2009, Wydawnictwo Nowik, s. 245.

podziałce pierwszy składnik i tuż pod nim ustawić zero z drugiej podziałki. Następnie należy odszukać drugi składnik na dolnej podziałce i odczytać wynik dodawania na górnej podziałce.

Multiklocki to kolejna propozycja dydaktyczna, sprawdzająca się zarówno w szkołach, jak i przedszkolach. Są to kolorowe plastikowe sześciany, które łączą się ze sobą z każdej strony. Rozwijają orientację w przestrzeni[13].

Ciekawą propozycją pomocy dydaktycznej są karty Grabowskiego, których twórcą jest Andrzej Grabowski, trener lekkoatletyki i nauczyciel matematyki. Dzielą się one na trzy rodzaje: Dodawanie i odejmowanie, Tabliczka mnożenia, oraz Gry logiczne. Pierwsza kategoria jest skierowana do dzieci powyżej siódmego roku życia. Zestaw składa się z trzech rodzajów różnokolorowych kart: dżokery, karty z liczbami, oraz karty ze znakami działań. Karty są interesująco zaprojektowanym pod względem graficznym, ponieważ oprócz liczby znajdującej się na karcie jest również jej graficzna interpretacja pokazująca obraz liczby w odniesieniu do układu dziesiątkowego. To pozwala na szybsze przyswojenie zarówno samej liczby i jej zapisu symbolicznego, jak i późniejszych na niej działań. Oprócz tego w zestawie znajduje się szablon „Graf", a także książka z dziewiętnastoma grami. Gry zawarte w książce pozwalają na ćwiczenie różnych sprawności, między innymi dodawania i odejmowania, porównywania, porządkowania, logicznego myślenia, czy też umiejętności pracy w grupie[14].

Karty Grabowskiego

Źródło: kartygrabowskiego.pl

Druga kategoria kierowana jest do dzieci powyżej siódmego roku życia i ma na celu rozwinięcie umiejętności mnożenia, utrwalenie tabliczki mnożenia, a także usprawnić obliczanie w pamięci. Obejmuje ona dwie talie kart, czerwonych i czarnych, oraz książkę z grami o różnym stopniu trudności. Na czarnych kartach zapisane jest działanie mnożenia dwóch liczb, a na kartach czerwonych wynik. Na każdej karcie znajdują się również kwadraty ułożone w szyku rzędowo-kolumnowym, obrazujące wykonywane działanie. Gry zawarte w książce to między innymi pasjanse; gry strategiczne; dynamiczne, w których poza umiejętnościami matematycznymi bardzo ważny jest refleks; planszowe, w których plansze buduje się z kart; gry na czas, itd. Ta różnorodność pozwala na dopasowanie rodzaju gry do temperamentu konkretnego dziecka, nastroju grupy, czy też umiejętności matematycznych, ponieważ różnią się one od siebie stopniem trudności[15].

Ostatnia kategoria, czyli Gry logiczne to karty przeznaczone dla dzieci od sześciu lat. Podobnie jak we wcześniejszych zestawach, ten również zawiera kolorowe karty (tym razem bez liczb) i książkę z grami. Oprócz tego jednak znajdziemy w nim kostkę do gry, pionki i patyczki. Proponowane gry są bardzo różnorodne, podobnie jak w przypadku gier z Tabliczki mnożenia. Można wybierać z siedemdziesięciu sześciu propozycji i przybliżać dzieciom treści matematyczne w formie zabawy. Zaangażowanie i rywalizacja wytwarzające się podczas takich gier sprzyjają wzbudzeniu ciekawości i chęci dziecka do wykonywania zadań[16].

Są to tylko niektóre z pomocy dydaktycznych dostępnych w sklepach. Część z nich można wykonać samodzielnie, lub z dziećmi na zajęciach plastycznych lub technicznych. Pomimo takiej różnorodności, w większości szkół podstawowych wchodząc do sali podczas zajęć z matematyki, zobaczymy otwarte podręczniki z wszelkiego rodzaju tabelami, ilustracjami, opisami i definicjami. Środki poglądowe są bardzo często wykorzystywane w nauczaniu matematyki, a ich skuteczność często jest przeceniana. D. Klus-Stańska podkreśla, iż zamiast umożliwienia dzieciom manipulacji i autentycznej aktywności, podsuwa się im ilustracje i kolorowe podręczniki, zaś rysunki i wszelki materiał poglądowy w nauczaniu matematyki (logogryfy, kolo-

13 Ibidem, s. 242-243.
14 https://kartygrabowskiego.pl/dodawanie-i-odejmowanie, 17.12.2017, 17:24.
15 https://kartygrabowskiego.pl/tabliczka-mnozenia , 17.12.2017, 17:24.
16 https://kartygrabowskiego.pl/gry-logiczne, 17.12.2017, 17:22.

ry, kratki, itp.) wcale nie mają pozytywnego wpływu na zdolności matematyczne uczniów[17]. Również błędne rozumienie i powierzchowne zapoznanie się z teorią rozwojową J. Piageta przez nauczycieli prowadzi do używania obrazków jako zamienników przedmiotów. W ten sposób całkowicie wyparte zostają konkretne przedmioty, na których dziecko mogłoby sprawdzać wyniki, prowadzić własne eksperymenty i manipulować. Według J. Piageta „Dzieci potrzebują środowiska klasy szkolnej, w którym chciałyby wypróbowywać swoje teorie i strategie i byłyby do tego zachęcane"[18]. Takie działania na pewno umożliwiają środki wzrokowe, które wiążą ze sobą poznanie umysłowe z poznaniem zmysłowym, czyli treść pracy naszego umysłu z rzeczywistością"[19].

Formą, która mimo swojej poglądowości może być dzieciom przydatna, jest schemat graficzny. Jest on swego rodzaju pomostem między myśleniem konkretnym, a myśleniem abstrakcyjnym. Jednak warunkiem prawidłowego wprowadzenia schematu graficznego, jest odniesienie go do konkretnych czynności wykonywanych przez dzieci wcześniej[20]. Po operacjach na konkretnych przedmiotach można próbować zastąpić je przedstawianiem tych samych czynności na schematach. Nie można dopuścić do sytuacji, w której nauczyciel oderwie dzieci od bezpośredniego obcowania z konkretnym przedmiotem na rzecz rozumowania myślowo-słownego. Jak pisze autorka: „Reprezentacja graficzna jest pewnym uogólnieniem konkretnej sytuacji i krokiem naprzód w kierunku formalnej matematyzacji"[21]. Można więc stwierdzić, że środki graficzne umożliwiają upoglądowienie sytuacji abstrakcyjnych w sposób nawiązujący do praktycznych działań na przedmiotach, a jednocześnie nieco bardziej skłaniający je w stronę rozumowania myślowo-słownego.

Niezależnie od ilości i jakości środków dydaktycznych dostępnych w placówce, nie można zapominać o tym, żeby umożliwić dzieciom zdobywanie wiedzy poprzez manipulację i doświadczanie. Jeśli pomoce dydaktyczne są ubogie nieciekawe i jest ich zbyt mało, można zrobić je z przedmiotów codziennego użytku. Dzieci chętnie będą używać zrobionych przez siebie liczmanów, klocków czy figur geometrycznych. Nawiązywanie interakcji z innymi uczniami, wspólne rozwiązywanie zadań i dochodzenie do rozwiązań jest dobrą okazją do zrozumienia matematyki, a stały dostęp do atrakcyjnych pomocy dydaktycznych zapewnia bogactwo doświadczeń, ułatwia porządkowanie zdobytej wcześniej wiedzy, prowokuje działania i dyskusje służące zrozumieniu trudniejszych treści oraz doskonaleniu sprawności matematycznych. Zajęcia organizowane przy udziale licznych pomocy dydaktycznych prowadzone w charakterze zabaw i gier, czy też zadań pobudzą i usprawnią przyswajanie przez dzieci wiedzy matematycznej. Matematyka zamiast zapamiętana, powinna zostać odkryta przez dziecko i zrozumiana. ■

Bibliografia

Bargoń J., Krygowska Z., Szemińska A. (i inni), Nauczanie początkowe matematyki, red. Z. Semadeni, Warszawa 1991, WSiP.

Bereźnicki F., Dydaktyka kształcenia ogólnego, Kraków 2007, Impuls.

Fiedler M., Matematyka w przedszkolu, Warszawa 1991, WSiP.

Goriszowski W., Progresywistyczne i poprogresywistyczne tendencje we współczesnej edukacji, „Nauczyciel i Szkoła" 2003, nr 1-2 (18-19).

Klus-Stańska D., Nowicka M., Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, Warszawa 2005, WSiP.

Kwieciński Z., Śliwerski B., Pedagogika. Podręcznik akademicki tom I, Warszawa 2003, Wydawnictwo Naukowe PWN.

Nowik J., Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Opole 2009, Wydawnictwo Nowik.

Okoń W., Nowy słownik pedagogiczny, Warszawa 2001, Wydawnictwo Akademickie „Żak".

Okoń W., Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej, Warszawa 1998, Wydawnictwo Akademickie „Żak".

Stucki E., Nauczanie matematyki w klasach niższych część I, Bydgoszcz 1998, Wydawnictwo Uczelniane WSP w Bydgoszczy.

Wadsworth B. J., Teoria Piageta. Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka, Warszawa 1998, WSiP.

Strony internetowe:

https://kartygrabowskiego.pl/gry-logiczne, 18.12.2017, 17:24

17 D. Klus-Stańska, M. Nowicka, Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, Warszawa 2005, WSiP, s. 138.

18 B. J. Wadsworth, Teoria Piageta. Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka, Warszawa 1998, WSiP, s. 191.

19 W. Okoń, Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej, Warszawa 1998, Wydawnictwo Akademickie „Żak", s. 278.

20 Ibidem, s. 83.

21 J. Bargoń, Z. Krygowska, A. Szemińska (i inni), Nauczanie początkowe matematyki, red. Z. Semadeni, Warszawa 1991, WSiP, s. 79.

JUSTYNA BORYS

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.

Nasze rekomendacje

wybór - Jagoda Referda

MATEMATYCZNA PIZZA

Anna Ludwicka

Nasza Księgarnia, Warszawa 2017

„Czy jest wśród nas osoba, która nie lubiłaby pizzy? A czy ktoś zna dziecko, które pogardziłoby gorącym i pachnącym kawałkiem ciasta z serem? Dlaczego by więc nie napisać czegoś dla dzieci z takim motywem przewodnim? A może by książeczkę o pizzy połączyć z ciekawostkami i ćwiczeniami matematycznymi..." – być może właśnie tak wyglądał proces opracowywania koncepcji książki pt. „Matematyczna pizza" autorstwa Anny Ludwickiej. Jak sama nazwa wskazuje wszystko w niej opiera się na pizzy. I matematyce. Ale to połączenie wcale nie jest byle jakim połączeniem. Otwierając książkę przenosimy się w świat zagadek, ciekawostek oraz niezwykle rozwijających zagadnień i ćwiczeń matematycznych rozbudzających kreatywność oraz rozwijających logiczne myślenie u dziecka. Dlaczego jest to tak istotne? Dzięki umiejętności logicznego myślenia oraz kreatywnemu podejściu do otaczającej rzeczywistości, dzieci – a w przyszłości dorosłe już osoby – będą potrafiły wnikliwie i całościowo poznawać świat, analizować go oraz rozumieć. Stojąc wobec problemu matematycznego nie będą traktowały go jak przeszkody nie do pokonania. Dzieci nauczone w trakcie rozwiązywania wielu łamigłówek, zagadek i gier wytrwałości i systematyczności, konsekwentnie będą poszukiwać najlepszych i najkorzystniejszych rozwiązań kolejnych trudności.

„Matematyczna pizza" została wydana w 2017 roku przez wydawnictwo Nasza Księgarnia. Całość książki zamknięto w dość twardej oprawie z niemal równie sztywnymi osiemdziesięcioma stronicami.

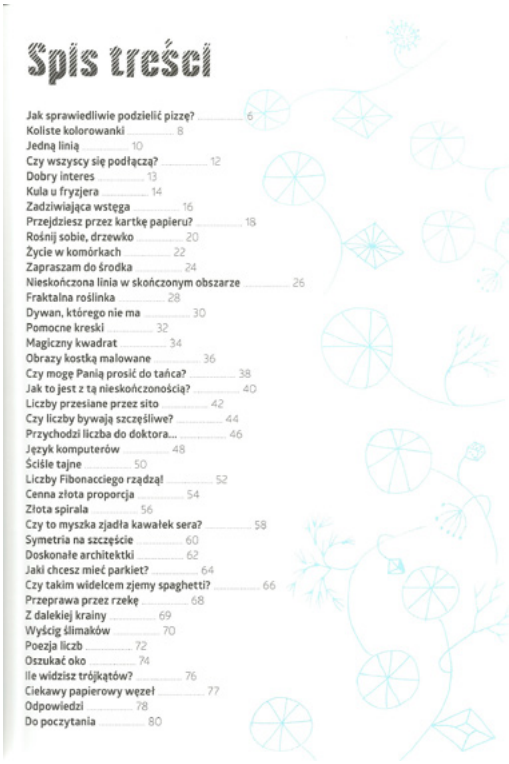
Anna Ludwicka z zawodu jest matematykiem. Oprócz tego jest również pomysłodawcą projektu, opracowała ona wszystkie teksty i ćwiczenia, jest również autorką ilustracji, które znajdują się na poszczególnych, w większości, białych stronach. Kolorowe i ciekawe obrazki oraz pomoce do wykonania zadań cechują się minimalizmem oraz prostotą, ale nie prostactwem. Większość z nich przypomina rysunki

autorstwa dzieci, co zapewne spodoba się najmłodszym matematykom. Każdy rysunek jest dokładnie opisany oraz opatrzony adnotacją, która ma pomóc w wykonaniu ćwiczenia. Na poszczególnych stronach zauważyć można również powtarzające się hasła, na przykład: „ciekawe", „do zrobienia", „spróbuj", „czy wiesz, że...", „zbadaj", „dlaczego" oraz „rozwiązanie".

Przenieśmy się teraz w głąb omawianej książeczki. Od razu po jej otwarciu przed właścicielem stoi nie lada wyzwanie. Musi on opracować swój własny, autorski podpis. Rzecz jasna miejscem jego umieszczenia została tytułowa pizza. Na kolejnych stronach mieści się przesłanie autorki, w którym opisuje tematykę i cel powstania „Matematycznej pizzy", a zaraz po nim możemy sprawdzić w spisie treści wybrane przez nią zagadnienia. A wśród nich prawdziwa różnorodność.

Na przykład rozdział pt. „Jak to jest z tą nieskończonością?". Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań dowiadujemy się czym owa nieskończoność jest, jakim symbolem matematycznym się ją zaznacza, a także czym są liczby naturalne. Następnie do wykonania są ćwiczenia, w tym przypadku przyporządkowanie liczb do siebie. Kolejny rozdział - „Magiczny kwadrat". I ponownie widzimy ten sam schemat: wytłumaczenie, ciekawostka, ćwiczenia z konstrukcją i wypełnieniem magicznych kwadratów.

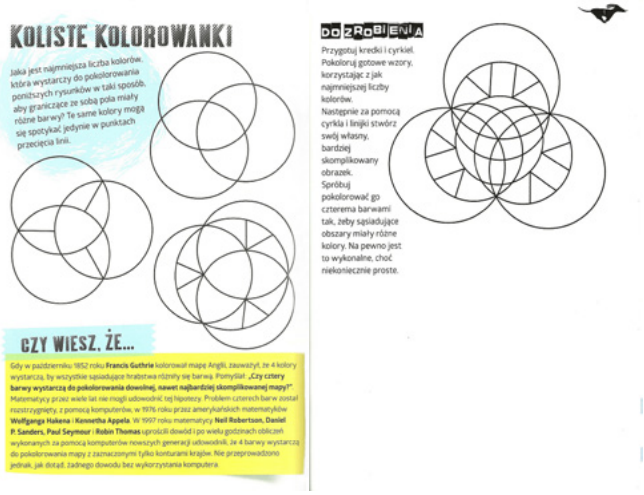
Przeglądając książkę i rozwiązując zadania natknęłam się również na rozdział pt. „Pomocne kreski". Przybliża on oraz wyjaśnia krok po kroku sposób


Spis treści

Jak sprawiedliwie podzielić pizzę? 6
Koliste kolorowanki 8
Jedną linią 10
Czy wszyscy się podłączą? 12
Dobry interes 13
Kula u fryzjera 14
Zadziwiająca wstęga 16
Przejdziesz przez kartkę papieru? 18
Rośnij sobie, drzewko 20
Życie w komórkach 22
Zapraszam do środka 24
Nieskończona linia w skończonym obszarze 26
Fraktalna roślinka 28
Dywan, którego nie ma 30
Pomocne kreski 32
Magiczny kwadrat 34
Obrazy kostką malowane 36
Czy mogę Panią prosić do tańca? 38
Jak to jest z tą nieskończonością? 40
Liczby przesiane przez sito 42
Czy liczby bywają szczęśliwe? 44
Przychodzi liczba do doktora... 46
Język komputerów 48
Ściśle tajne 50
Liczby Fibonacciego rządzą! 52
Cenna złota proporcja 54
Złota spirala 56
Czy to myszka zjadła kawałek sera? 58
Symetria na szczęście 60
Doskonałe architektki 62
Jaki chcesz mieć parkiet? 64
Czy takim widelcem zjemy spaghetti? 66
Przeprawa przez rzekę 68
Z dalekiej krainy 69
Wyścig ślimaków 70
Poezja liczb 72
Oszukać oko 74
Ile widzisz trójkątów? 76
Ciekawy papierowy węzeł 77
Odpowiedzi 78
Do poczytania 80

mnożenia większych liczb za pomocą kresek pochylonych w prawo lub lewo. Wśród zadań znajdziemy także między innymi dywan Sierpińskiego, dzielenie pizzy na równe kawałki, rysowanie figur bez odrywania ołówka od kartki, poznamy język komputerów oraz wstęgę Mobiusa, a także figury samopodobne.

W książce znaleźć można również zadania, które z powodzeniem z kart „Matematycznej pizzy" można przenieść do świata rzeczywistego, co przydatne okazać może się na przykład w czasie zajęć szkolnych – nie tylko stricte matematycznych – lub w ramach rodzinnego spędzenia czasu.


KOLISTE KOLOROWANKI

Jaka jest najmniejsza liczba kolorów, która wystarczy do pokolorowania poniższych rysunków w taki sposób, aby graniczące ze sobą pola miały różne barwy? Te same kolory mogą się spotykać jedynie w punktach przecięcia linii.

DO ZROBIENIA

Przygotuj kreski i cyrkiel. Pokoloruj gotowe wzory, korzystając z jak najmniejszej liczby kolorów. Następnie za pomocą cyrkla i linijki stwórz swój własny, bardziej skomplikowany obrazek. Spróbuj pokolorować go czterema barwami tak, żeby sąsiadujące obszary miały różne kolory. Na pewno jest to wykonalne, choć niekoniecznie proste.

CZY WIESZ, ŻE...

Gdy w październiku 1852 roku **Francis Guthrie** kolorował mapę Anglii, zauważył, że 4 kolory wystarczą, by wszystkie sąsiadujące hrabstwa różniły się barwą. Pomyślał: **„Czy cztery barwy wystarczą do pokolorowania dowolnej, nawet najbardziej skomplikowanej mapy?"** Matematycy przez wiele lat nie mogli udowodnić tej hipotezy. Problem czterech barw został rozstrzygnięty, z pomocą komputerów, w 1976 roku przez amerykańskich matematyków **Wolfganga Hakena** i **Kennetha Appela**. W 1997 roku matematycy **Neil Robertson, Daniel P. Sanders, Paul Seymour** i **Robin Thomas** uprościli dowód i po wielu godzinach obliczeń wykonanych za pomocą komputerów nowszych generacji udowodnili, że 4 barwy wystarczą do pokolorowania mapy z zaznaczonymi tylko konturami krajów. Nie przeprowadzono jednak, jak dotąd, żadnego dowodu bez wykorzystania komputera.

Ciekawymi ćwiczeniem rozwijania kreatywności i logicznego myślenia są te, zaproponowane w rozdziale „Koliste kolorowanki":

Zadania te znakomicie sprawdzą się w ramach lekcji integrujących treści matematyczne oraz plastyczne. Jeżeli miałabym zaproponować przebieg zajęć, którego elementem były by powyższe ćwiczenia, wcześniej wprowadziłabym pojęcia koła i okręgu. Do realizacji zadań zaproponowanych przez Annę Ludwicką istotna jest umiejętność rysowania kół o takich samych średnicach. Możemy ten problem rozwiązań dwojako – w przypadku dzieci młodszych można skorzystać z pomocy gotowych szablonów, które uczniowie w dalszej części ćwiczeń układać będą według własnego pomysłu, lub z cyrkli w przypadku dzieci starszych. Istotne jest również przeprowadzenie zajęć na temat podstawowych barw w plastyce.

Moim zdaniem ciekawym pomysłem byłoby zaproponowanie dzieciom, aby stworzyły własne witraże w grupach bądź indywidualnie (w zależności od ilości posiadanych materiałów plastycznych). Do wykonania takiej pracy plastycznej najlepsze byłyby farby do malowania na szkle, ale skorzystać można również z bibułowych kuleczek, wydzieranek lub patyczków higienicznych i farb akwarelowych.

ŚCIŚLE TAJNE

Aby zaszyfrować wiadomość, musimy mieć przepis na szyfrowanie, czyli **algorytm szyfrowania**. Na przykład każdą literę wiadomości zamieniamy na literę, która jest przesunięta w alfabecie o 13 miejsc do przodu w stosunku do naszej.

Każdy ma jakąś tajemnicę. Czasami chcielibyśmy się nią podzielić ze swoim przyjacielem, ale tak, żeby nikt inny się nie dowiedział. Przyjaciel jest daleko, więc nie pozostaje nam nic innego, jak zaszyfrować wiadomość i wysłać SMS-em.

ROT13

Spróbujmy tym algorytmem zaszyfrować wiadomość:

WIDZIMY SIĘ NA PRZERWIE. KONIECZNIE MUSZĘ PORADZIĆ SIĘ W SPRAWIE PSA. PRZYJEDŹ W TEN WEEKEND.

Otrzymamy:

CZY WIESZ, ŻE...

Użyty tutaj algorytm szyfrujący, nazywany **szyfrem Cezara**, jest jedną z najprostszych technik szyfrowania. Nazwa pochodzi od starożytnego Rzymu – od **Juliusza Cezara**, który prawdopodobnie używał tej techniki do komunikacji ze swymi przyjaciółmi. W wersji, gdzie szyfrowane znaki to 26 liter podstawowego alfabetu łacińskiego, algorytm nazywa się ROT13.

SPRÓBUJ zaszyfrować swoją wiadomość algorytmem ROT13.

WIADOMOŚĆ:

SZYFR:

DO ZROBIENIA

Stwórz swój algorytm szyfrujący i zaszyfruj wiadomość:

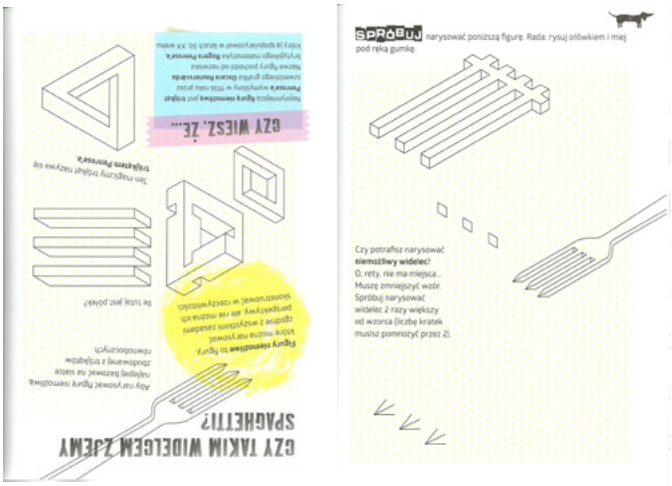
10 KWIATÓW RZYŻ ZIELONYCH

SZYFR:

Nie jest to doskonałe szyfrowanie. Obie strony muszą znać algorytm szyfrujący, który też może być przechwycony. Bardziej skomplikowane szyfry do budowy algorytmów posługują się **liczbami pierwszymi**.

Innym ciekawym zadaniem, które moglibyśmy zaproponować uczniom w ramach kreatywnej lekcji matematyki byłoby szyfrowanie wiadomości określonym algorytmem (rozdział pt. „Ściśle tajne").

Myślę, że ciekawym pomysłem na realizację powyższego ćwiczenia jest podzielenie klasy na grupy. Początkowo przećwiczyłabym szyfrowanie i odczytywanie wiadomości na algorytmie ROT13, a następnie zaproponowałabym stworzenie każdej z grup wła-



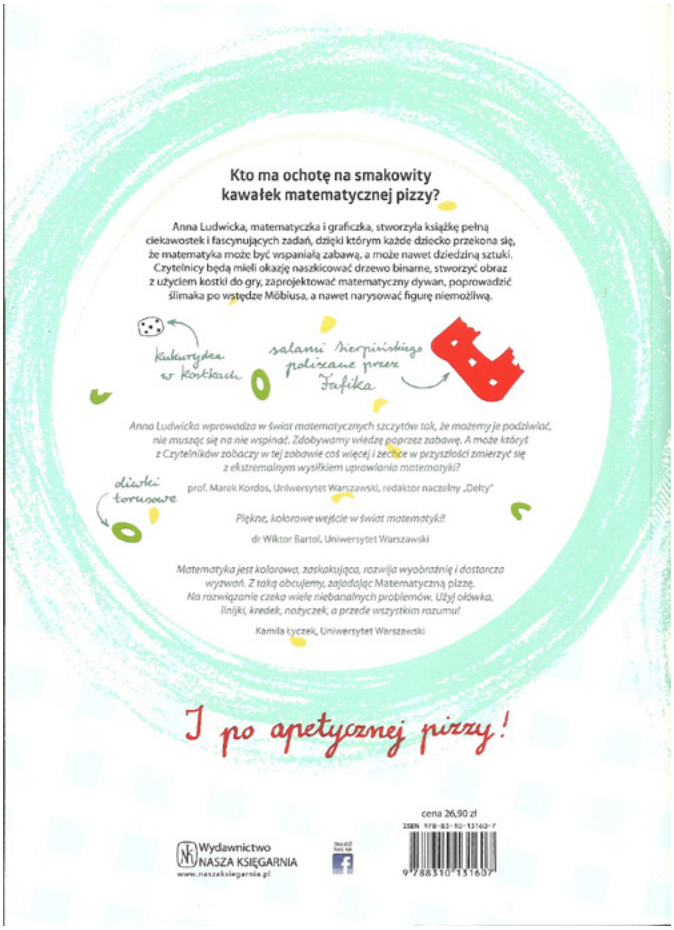
snego algorytmu oraz zaszyfrowania nim wymyślonej wspólnie wiadomości. Poszczególne grupy wymieniałyby się swoimi tekstami i niezbędnymi szyframi.

Figury niemożliwe (rozdział pt. "Czy takim widelcem zjemy spaghetti?") okazać się mogą również niesamowitą, rodzinną rozrywką. Wraz ze starszym rodzeństwem bądź rodzicami, najmłodsi przeniosą się w niesamowity świat perspektywy i niemożliwych do urzeczywistnienia konstrukcji.

Poziom poszczególnych rozdziałów i pojęć jest wysoce zróżnicowany. Niektóre zadania wykonają już dzieci 7-letnie, być może nawet 6-letnie. Inne natomiast są o wiele trudniejsze, co nie odbiera im oczywiście atrakcyjności. Wymagają wstępnego przygotowania i wprowadzenia do tematu. Jednak sądzę, iż idealnie sprawdzą się w ramach rozwijania umiejętności matematycznych oraz poszerzania wiedzy w tym zakresie oraz nauki logicznego i kreatywnego myślenia, cierpliwości, systematyczności oraz wytrwałości.

Z ręką na sercu — mając już kilkanaście lat typowej, szkolnej matematyki za sobą, niewykraczającej poza program nauczania, nie byłabym w stanie rozwiązać wszystkich zadań bez ponownego przeczytania polecenia i informacji mających na celu wyjaśnienie danego zagadnienia. Bez zatrzymania się na tym zadaniu, przemyśleniu go oraz skoncentrowaniu się na nim.

Mówi się, że szkoła zabija odkrywczość i świeżość w myśleniu, że typowe lekcje, w tym matematyki, przekreślają naturalny i wrodzony geniusz dziecka. Być może ta książka okaże się początkiem wspaniałej przygody z królową nauk? Może wspomoże naturalny rozwój, rozbudzi ciekawość, rozwinie umiejętności, nauczy cierpliwości i konsekwencji? A może okaże się, że mnogość ciekawych zadań będzie wspaniałą zabawą nie tylko dla malucha, ale również dla rodziców? Każdy powód jest dobry, by sięgnąć po tę książkę. Mnie przekonuje wszystko — począwszy od formy i szaty graficznej po treści i konstrukcję zadań. Rozwijająca, pomysłowa, ciekawa i kreatywna. Taka właśnie jest „Matematyczna pizza".



JAGODA REFERDA

Studentka I roku Edukacji Elementarnej studiów magisterskich Uniwersytetu Zielonogórskiego.